Se préparer à l'examen local

Mini centre privé

3AC

Semestre I

Adapté au programme marocain

Mathématiques

Algèbre et géométrie

- Cours détaillés
- Exercices sans corrigés
- Examens normalisés locaux

ELOUADGHIRI Othman

Édition 2022

امتحانات بالثانوي التأهيلي والإعدادي

الموسم الدراسي

2021 - 2022

المرجع : مقرر وزير التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

رقم : 21 / 076 بتاريخ : 21 يونيو 2021 بشأن تنظيم السنة الدراسية : 2021 - 2022

السلك	العمليـــــــات	تواريخـــــــها
الثانوي التأهيلي	الدورة العادية للامتحان الوطني الموحد لشهادة البكالوريا	أيام 07-08-09-10-11 يونيو 2022
	الدورة العادية للامتحان الجهوي للسنة الأولى بكالوريا	يومي 03 و 04 يونيو 2022
	الدورة الاستدراكية للامتحان الوطني الموحد لشهادة البكالوريا	من 29 يونيو إلى 02 يوليوز 2022
	الدورة الاستدراكية للامتحان الجهوي للسنة الأولى بكالوريا	يومي 27 و 28 يوليوز 2022
الثانوي الإعدادي	الامتحان الموحد المحلي لنيل شهادة السلك الإعدادي	ابتداء من يوم 18 يناير 2022
	الامتحان الموحد الجهوي لنيل شهادة السلك الإعدادي	ابتداء من يوم 13 يونيو 2022

عطل المدرسية للموسم الدراسي

الموسم الدراسي

2022 - 2021

المرجع : مقرر وزير التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
رقم : 21 / 076 بتاريخ : 21 يونيو 2021 بشأن تنظيم السنة الدراسية : 2021 – 2022

ر . ت	العطل المدرسية	تواريخها	عدد الأيام
01	العطلة البينية الأولى و عيد المولد النبوي الشريف	من يوم الأحد 17 أكتوبر 2021 إلى من يوم الأحد 24 أكتوبر 2021	08
02	ذكرى المسيرة الخضراء	يوم السبت 06 نونبر 2021	01
03	عيد الاستقلال	يوم الخميس 18 نونبر 2021	01
04	العطلة البينية الثانية	من يوم الأحد 05 دجنبر 2021 إلى يوم الأحد 12 دجنبر 2021	08
05	فاتح يناير	يوم السبت 01 يناير 2022	01
06	ذكرى تقديم وثيقة الاستقلال	يوم الثلاثاء 11 يناير 2022	01
07	عطلة منتصف السنة الدراسية	من يوم الأحد 23 يناير 2022 إلى يوم الأحد 30 يناير 2022	08
08	العطلة البينية الثالثة	من يوم الأحد 13 مارس 2022 إلى يوم الأحد 20 مارس 2022	08
09	العطلة البينية الرابعة و عيد الشغل و عيد الفطر	من يوم الأحد 01 ماي 2022 إلى يوم الأحد 08 ماي 2022	08
	مجموع أيام العطل		44

يراعى إدخال اليوم الأول والأخير
من العطل المذكورة أعلاه .

المراقبة المستمرة بالتعليم الثانوي الإعدادي والتعليم الثانوي التأهيلي

المرجع : مقرر وزير التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
رقم : 21 / 076 بتاريخ : 21 يونيو 2021 بشأن تنظيم السنة الدراسية : 2021 – 2022

تجرى فروض المراقبة المستمرة في التعليم الثانوي الإعدادي وفقا للمذكرات الصادرة في هذا الصدد. ويتم تصحيحها واستثمارها مع التلميذات والتلاميذ ، وذلك في الفترات الآتية :

المادة 18 (السلك الثانوي الإعدادي)

الأسدوس الأول	
العمليات	تواريخها
✓ إجراء آخر فروض المراقبة المستمرة	✓ ما بين 10 و 15 يناير 2022
✓ مسك نقط آخر فروض المراقبة المستمرة عبر منظومة مسار	✓ ما بين 13 و 18 يناير 2022
✓ استصدار بيانات النقط عبر منظومة مسار	✓ ابتداء من 21 يناير 2022

الأسدوس الثاني	
العمليات	تواريخها
✓ إجراء آخر فروض المراقبة المستمرة	✓ ما بين 09 و 15 يونيو 2022
✓ مسك نقط آخر فروض المراقبة المستمرة عبر منظومة مسار	✓ ما بين 10 و 17 يونيو 2022
✓ استصدار بيانات النقط عبر منظومة مسار	✓ ابتداء من 24 يونيو 2022
✓ عقد مجالس الأقسام وتوزيع بيانات النقط	✓ ابتداء من 24 يونيو 2022

المادة 19 (السلك الثانوي التأهيلي)

الأسدوس الأول	
العمليات	تواريخها
✓ إجراء آخر فروض المراقبة المستمرة	✓ ما بين 13 و 18 يناير 2022
✓ مسك نقط آخر فروض المراقبة المستمرة عبر منظومة مسار	✓ ما بين 14 و 19 يناير 2022
✓ استصدار بيانات النقط عبر منظومة مسار	✓ ابتداء من 21 يناير 2022

الأسدوس الثاني	
العمليات	تواريخها
✓ إجراء آخر فروض المراقبة المستمرة	✓ ما بين 16 ماي و 21 ماي 2022 (1 و 2باك)
✓ إجراء آخر فروض المراقبة المستمرة	✓ ما بين 23 و 28 ماي 2022 (جذع مشترك)
✓ مسك نقط آخر فروض المراقبة المستمرة عبر منظومة مسار	✓ من 25 ماي إلى 01 يونيو 2022
✓ استصدار بيانات النقط عبر منظومة مسار	✓ ابتداء من 24 يونيو 2022

Calendrier pour l'année scolaire : 2021 – 2022

Septembre

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
01			01	02	03	04	05
02	06	07	08	09	10	11	12
03	13	14	15	16	17	18	19
04	20	21	22	23	24	25	26
05	27	28	29	30			

Octobre

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
05					01	02	03
06	04	05	06	07	08	09	10
07	11	12	13	14	15	16	17
08	18	19	20	21	22	23	24
09	25	26	27	28	29	30	31

Novembre

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
10	01	02	03	04	05	06	07
11	08	09	10	11	12	13	14
12	15	16	17	18	19	20	21
13	22	23	24	25	26	27	28
14	29	30					

Décembre

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
14			01	02	03	04	05
15	06	07	08	09	10	11	12
16	13	14	15	16	17	18	19
17	20	21	22	23	24	25	26
18	27	28	29	30	31		

Janvier

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
18						01	02
19	03	04	05	06	07	08	09
20	10	11	12	13	14	15	16
21	17	18	19	20	21	22	23
22	24	25	26	27	28	29	30
23	31						

Février

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
23		01	02	03	04	05	06
24	07	08	09	10	11	12	13
25	14	15	16	17	18	19	20
26	21	22	23	24	25	26	27
27	28						

Mars

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
27		01	02	03	04	05	06
28	07	08	09	10	11	12	13
29	14	15	16	17	18	19	20
30	21	22	23	24	25	26	27
31	28	29	30	31			

Avril

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
31					01	02	03
32	04	05	06	07	08	09	10
33	11	12	13	14	15	16	17
34	18	19	20	21	22	23	24
35	25	26	27	28	29	30	

Mai

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
35							01
36	02	03	04	05	06	07	08
37	09	10	11	12	13	14	15
38	16	17	18	19	20	21	22
39	23	24	25	26	27	28	29
40	30	31					

Juin

SEM	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
40			01	02	03	04	05
41	06	07	08	09	10	11	12
42	13	14	15	16	17	18	19
43	20	21	22	23	24	25	26
44	27	28	29	30			

SOMMAIRE

I. Semestre I

Chapitre 1 Évaluations diagnostiques ____ Page 9

Chapitre 2 Les racines carrées ____ Page 29

1. Racine carrée d'un nombre réel 29
2. Les opérations sur les racines carrées 30
3. Éliminer la racine carrée au dénominateur 31

Chapitre 3 Identités remarquables ____ Page 39

1. Développement 39
2. Factorisation 40
3. Identités remarquables 41
   - 3.1. Carré d'une somme 41
   - 3.2. Carré d'une différence 41
   - 3.3. Produit d'une somme par une différence 42

Chapitre 4 Les puissances ____ Page 60

1. Puissance d'un nombre réel 60
2. Propriétés des puissances 61
3. Les puissances de 10 63
4. Écriture scientifique 64

Chapitre 5 Théorème de Thalès ____ Page 72

1. Le théorème de Thalès direct 72
   - 1.1. Énoncé du théorème 72
   - 1.2. Calculs d'une longueur 73
   - 1.3. Montrer que deux droites ne sont pas parallèles 73
2. La réciproque du théorème de Thalès 74
   - 2.1. Énoncé du théorème 74
   - 2.2. Montrer que deux droites sont parallèles 75

Chapitre 6 Ordres et opérations ____ Page 79

1. Comparaison de deux nombres réels 79
2. Ordre et opérations 80
   - 2.1. L'ordre et l'addition - L'ordre et la soustraction 80
   - 2.2. L'ordre et la multiplication 81
   - 2.3. Rangement des inverses 82
   - 2.4. Rangement des carrés. 83

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

2.5. Rangement des racines carrées 83
3. Encadrement 84
3.1. L'encadrement et l'addition 84
3.2. L'encadrement et la soustraction 84
3.3. L'encadrement et la multiplication 85
3.4. Encadrer un inverse 85
3.5. Encadrer un quotient 86
Chapitre 7 Théorème de Pythagore — Page 93
1. Théorème de Pythagore 93
2. Réciproque du théorème de Pythagore 94
Chapitre 8 Trigonométrie — Page 98
1. Trigonométrie dans le triangle rectangle 98
2. Relations trigonométriques de deux angles complémentaires 99
3. Tableau trigonométrique des angles usuels 100
Chapitre 9 Angle inscrit et angle au centre — Page 105
1. Angle inscrit et angle au centre 105
1.1. Angle au centre 105
1.2. Angle inscrit 106
1.3. Cas particulier 107
2. Deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle 108
2.1. Cas particulier 108
3. La relation entre l'angle au centre et l'angle inscrit 109
Chapitre 10 Triangles Semblables — Page 117
1. Triangles Semblables 117
2. Rapport de similitude 118
3. Cas de similitude 118
3.1. Premier cas de similitude 119
3.2. Deuxième cas de similitude 119
3.3. Troisième cas de similitude 119
Chapitre 11 Devoirs — Page 125
Chapitre 12 Contrôles — Page 136
Chapitre 13 OLYMPIADES DE MATHÉMATIQUES — Page 150
Chapitre 14 Examens locaux — Page 171

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Partie I

SEMESTRE I

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Chapitre 1

ÉVALUATIONS DIAGNOSTIQUES

EXERCICES DE REMÉDIATION ET SOUTIEN

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

Exercice 1

1) Donner les inverses et les opposés des nombres suivants :

□ 5 □ -7 □ $\frac{1}{7}$ □ $-\frac{3}{8}$

2) Calculer les expressions suivantes :

□ $A = \frac{9}{5} + \left(\frac{-1}{5}\right)$ □ $B = \frac{9}{24} - \left(\frac{-3}{8}\right)$ □ $C = 5 + \frac{1}{4}$

□ $D = \frac{-3}{2} - \frac{1}{7}$ □ $E = -11 \times \frac{5}{3}$ □ $E = \frac{2}{-3} \div \frac{-7}{3}$

Exercice 2

❖ Développer puis réduire les expressions suivantes :

□ $E = 3(x-1) + 2x\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$ □ $F = (x+1) \times (x^2 - 3)$

□ $G = (x + 1^2)$ □ $H = \left(\frac{7x}{5} + 3\right) \times \left(\frac{7x}{5} - 3\right) + (x-3)^2$

Exercice 3

1) Calculer les puissances suivantes :

□ $(-10)^4$ □ 10^5 □ 2015^0 □ $(-5{,}1)^2$ □ $(2{,}5)^2$ □ $(-3)^3$

2) Réduire les expressions suivantes tels que a et b deux nombres rationnels :

□ $A = a^5 \times (a^2 \times a)$ □ $B = a^3 \times (a^3)^4$ □ $C = a^{11} \times (b^5)^2 \times b$

□ $D = (a^2 \times a^7)^2 \times (a^2)^5$ □ $E = \left[(a^4)^3\right]^2 \times \left[(a^2)^5\right]^3$

Exercice 4

❖ Résoudre les équations suivantes :

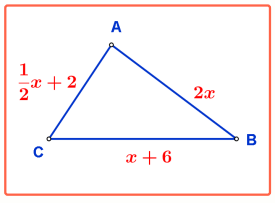
□ $5x - 6 = 7$ □ $3x - 1 = x + 7$ □ $\frac{x+2}{9} = 3$ □ $5(7x-2) + 3(x+7) = 12$

Exercice 5

1) Calculer les longueurs des côtes du triangle ABC tel que son périmètre égale a **28 cm** ?

2) Déterminer la nature de ce triangle ?

3) Calculer **cos** $\widehat{ABC}$

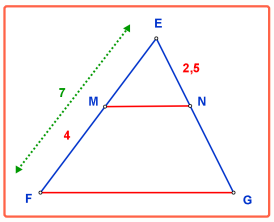


Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 6

❖ Soit la figure ci-contre, tel que (MN)//(FG).

➤ Calculer les distances EM et NG



Exercice 7

❖ Calculer les expressions suivantes :

- A = (−1,4) + (0,8) − (+2,2)
- B = 264,8 − 45,7 − 64,78 + 1,25
- C = 2(−4 + 23) − 15 × 2
- D = −17 + (9 − 11) − (−25 − 6)
- A = (−15) × (−7) × (+12) × (−6) × (+2,5)
- B = (−4) × (−25) × (−5,6) × (3) × (−15)
- C = (−2,5) × (−5) ÷ (+2)
- D = (−33) ÷ (−11)
- E = (+15) ÷ (−3)
- F = (−34) × [(+3,5) × (+4) − (−22) ÷ (−4)]
- G = (−3) × (−8) ÷ (−2) − (−32) ÷ (−4)

Exercice 8

❖ Comparer les nombres suivants :

- (A) $\frac{15}{8}$ et $\frac{-13}{6}$
- (B) $\frac{12,5}{4}$ et $\frac{27}{2}$
- (C) $\frac{11}{3}$ et $\frac{1,5}{5}$
- (D) $\frac{25}{12}$ et $-\frac{5}{9}$

Exercice 9

❖ Calculer :

- I = $\frac{3,5}{2} + \frac{-10}{3,4} \div \frac{-10}{2,55}$
- J = $\frac{25}{13} - \frac{-8}{2} + \frac{-40}{26}$
- K = $\frac{-15}{22} \times (-2) + \frac{1}{3}$

❖ Ranger d'une manière croissante I , J et K .

Exercice 10

❖ Donner l'écriture scientifique des nombre suivants :

- A = 12×10^{-9}
- B = 150×10^{3}
- C = $147 \times 0,0001$
- D = 735,3
- E = 0,0005
- F = $\frac{7 \times 10^{-5} \times 0,21 \times 10^{12}}{42 \times 10^{23}}$
- G = $0,00235 \times 10^{4}$
- H = 89432×10^{-2}
- I = $3,23 \times 10^{11} \times 49 \times 10^{10}$

Bonne Chance

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Evaluation diagnostique
Modèle N° 1

Nom & prénom : .... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Remarque** : Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

Exercice 1

1. L'expression $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$ est égale :

   ○ $\frac{6}{5}$ ○ $\frac{10}{35}$ ○ $\frac{8}{35}$ ○ $\sqrt{7}$

2. L'expression $\frac{5^6}{36}\times\left(\frac{6}{5}\right)^2$ s'écrit sous forme :

   ○ 6^2 ○ 5^3 ○ $6^4\times5^7$ ○ 5^4

3. L'écriture scientifique du nombre **0,000347** est :

   ○ $3{,}47\times10^{-6}$ ○ 347×10^{-6}
   ○ $3{,}47\times10^{-4}$ ○ $3{,}47\times10^{7}$

Exercice 2

Sachant x un nombre rationnel tel que :

$$A = (x+3)(5x-2)-2x(x+3)$$

1. Le développement de l'expression A est :

   ○ $3x^2+15x$ ○ $3x^2-7x-6$
   ○ x^2+7x-6 ○ $3x-15$

2. La factorisation de l'expression A est :

   ○ $(x+3)(3x-3)$ ○ $(x+3)(5x-4)$
   ○ $(x+3)(3x-2)$ ○ $(x+3)(7x-2)$

3. La solution de l'équation $3x+5=6x$ est :

   ○ $\frac{5}{9}$ ○ $\frac{1}{2}$ ○ $\frac{-5}{3}$ ○ $\frac{5}{3}$

4. On considère l'encadrement suivant :

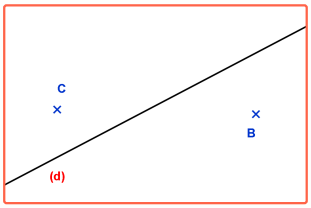
   $$2{,}7 < x < 2{,}8$$

   Déterminer l'encadrement de $x-3$:

   ○ $2{,}4 < x-3 < 2{,}5$ ○ $0{,}3 < x-3 < 0{,}8$
   ○ $-5{,}7 < x-3 < -5{,}8$ ○ $-0{,}3 < x-3 < -0{,}2$

Exercice 3

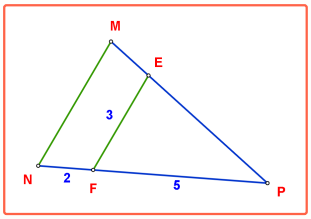
✎ Construire les symétriques des points B et C par rapport à la droite (D).



Exercice 4

✎ MNP un triangle tel que (MN)//(EF).
La longueur du segment [MN] est égale à :

○ $\frac{21}{5}$ ○ $\frac{6}{5}$ ○ $\frac{5}{6}$ ○ $\frac{25}{2}$



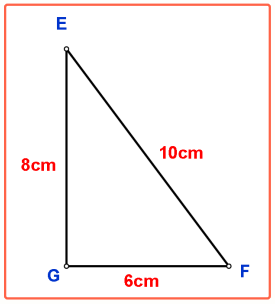
Exercice 5

1. ABC un triangle rectangle en point A tel que : AB = **4 *cm*** et AC = **3 *cm***
   La longueur du segment [BC] est égale à :

   ○ **7*cm*** ○ **5*cm*** ○ **$\sqrt{5}$*cm*** ○ **25*cm***

2. EFG un triangle rectangle en point G :
   cos $\widehat{FEG}$ est égale :

   ○ **0,75** ○ **0,6** ○ $\frac{3}{4}$ ○ **0,8**

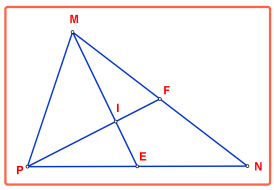


Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 6

1. Voici la figure tel que :
   - Le point E est le milieu du segment [PN].
   - Le point F est le milieu du segment [MN]
   - IF = 2 cm

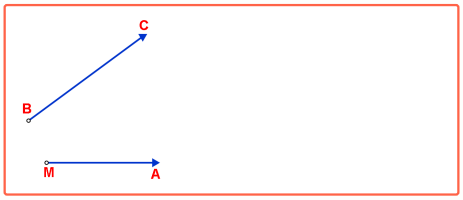
   Déterminer la longueur du segment [PI] :



◯ 8 cm ◯ 4 cm ◯ 6 cm ◯ 9 cm

Exercice 7

❖ Tracer le N point tel que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC}$.



Exercice 10

❖ Voici les notes obtenues par les élèves de la classe de **2**APIC lors d'un devoir :

18 - 16 - 16 - 10 - 10 - 10 - 8 - 8 - 8 - 8 - 6 - 6

1. Compléter le tableau suivant :

Caractère (Note)					
Effectif (Élèves)					

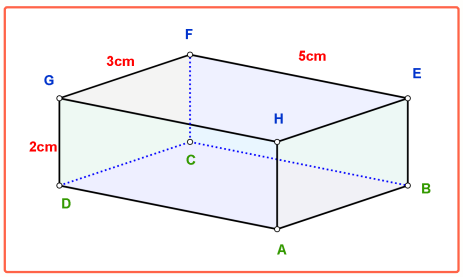
2. Cocher le pourcentage d'élèves qui ont une note supérieure ou égale à **10** :

◯ 30% ◯ 25% ◯ 50% ◯ 75%

Exercice 8

❖ On considère le prisme droit suivant, déterminer la surface totale :

◯ 10 cm^2 ◯ 72 cm^2
◯ 62 cm^2 ◯ 30 cm^2



Exercice 9

❖ Voici le tableau suivant et déterminer la quatrième proportionnelle :

	3
20	12

◯ 4 ◯ 5 ◯ 60 ◯ 6

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Evaluation diagnostique
Modèle N° 2

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Remarque** : Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

Exercice 1

❖ Cocher la bonne réponse :

1 .....

□ A $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{5}{10}$ □ B $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=-1$

□ C $\frac{2}{5}+\frac{5}{1}=\frac{7}{6}$ □ D $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=1$

2 .....

□ A $-\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=\frac{5}{10}$ □ B $-\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{5}{10}$

□ C $\frac{-2}{5}-\frac{3}{5}=-1$ □ D $-\frac{2}{3}\times\frac{-3}{5}=\frac{1}{5}$

3 .....

□ A $-\frac{2}{5}\times 4=\frac{20}{5}$ □ B $-\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{5}{10}$

□ C $\frac{-2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$ □ D $-\frac{2}{3}\times\frac{-3}{5}=\frac{6}{15}$

Exercice 2

❖ Compléter :

□ A $\dfrac{-\frac{2}{5}}{\frac{4}{6}}=$ .....

□ B $\dfrac{-\frac{2}{5}-\frac{3}{5}}{\frac{4}{6}+3}=$ .....

□ C $\dfrac{\frac{2}{5}+\frac{3}{5}}{-\frac{4}{6}+3}=$ .....

□ D $4\times\dfrac{-\frac{2}{5}-\frac{3}{5}}{\frac{4}{6}\times 3}=$ .....

Exercice 3

❖ Comparer :

□ A $\frac{3}{8}$ ..... 1 □ B $\frac{3}{8}$ ..... $\frac{9}{8}$

□ C $\frac{398}{454}$ ..... -971 □ D $\frac{30}{71}$ ..... $\frac{30}{19}$

Exercice 4

❖ Donner la solution de chaque équation :

□ A $\frac{y}{5}+\frac{7}{5}=1$

□ B $-\frac{4y}{5}-\frac{7}{10}=8$

□ C $\frac{5y}{5}+\frac{7}{5}=y+8$

□ D $\frac{5y}{5}+\frac{7}{5}=\frac{7}{5}$

Exercice 5

❖ Développer les expressions suivantes :

□ A $(x+5)(7+3x)=$ .....

□ B $(2y+3)^2=$ .....

□ C $\left(\frac{2y}{7}-7\right)^2=$ .....

Exercice 6

❖ Factoriser :

□ A $(3+y)(2+x)+(3+y)=$ .....

□ B $y^2+6y+9=$ .....

□ C $\frac{1}{4}-\frac{36}{t^2}=$ .....

Exercice 7

❖ Compléter sous forme de puissance (a^n)

□ A $(2^3)^5=$ .....

□ B $7^4\times 7^{-4}=$ .....

□ C $6^6\times 3^6=$ .....

□ D $\left(\frac{3}{4}\right)^5\times\left(\frac{4}{3}\right)^{-7}=$ .....

□ E $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^5\times\left(\frac{16}{12}\right)^{-7}\times\left(\frac{9}{12}\right)^5\right]^3=$ .....

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 8

1) Comparer : $\frac{-7}{5}$ et $\frac{-9}{6}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

2) a et b sont deux rationnels tels que :

$3a + 3b - 3 = a + 5b - 4$

A) Montrer que $a - b = \frac{-1}{2}$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

B) En déduire une comparaison de a et b.

. . . . . .

. . . . . .

Exercice 9

1) Simplifier :

A) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$ . . . . . .

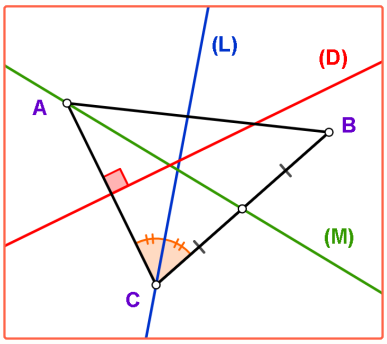
B) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ . . . . . .

C) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CA}$ . . . . . .

2) ABCD est un parallélogramme de centre O. Compléter les pointillés :

- $\overrightarrow{AB}$ = ... $\overrightarrow{CD}$ = ...
- $\overrightarrow{OA}$ = ... $\overrightarrow{BO}$ = ...
- $\overrightarrow{DA}$ = ... $\overrightarrow{OC}$ = ...
- $\overrightarrow{DO}$ = ... $\overrightarrow{BC}$ = ...

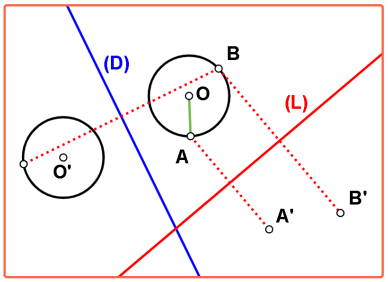
Exercice 10



❖ Compléter par : Médiatrice, bissectrice et médiane

- La droite (D) est la ..... du triangle ABC
- La droite (L) est la ..... du triangle ABC
- La droite (M) est la ..... du triangle ABC

Exercice 11



❖ Compléter :

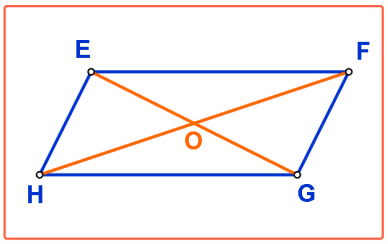
- B′ est le symétrique de ..... par ..... .
- A′ est le symétrique de ..... par ..... .
- O′ est le symétrique de ..... par ..... .
- Le cercle de centre O′ est le symétrique du ..... par ..... .

Exercice 12

❖ Soit ABC est un triangle tels que BC = **6 cm** et AB = **8 cm**. I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]. Quelle est la valeur de IJ ?

➤ La valeur de IJ est : . . . . . .

Exercice 13



❖ Compléter par ce qui convient :

- $\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{GF}$ =.....+.....=.....
- $\overrightarrow{HF} + \overrightarrow{GH}$ =.....+.....=.....
- $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH}$ =.....+.....=.....=.....
- $\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG}$ =.....+.....+.....=.....

Bonne Chance

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Evaluation diagnostique
Modèle N° 3

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Remarque** : Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

Exercice 1

❖ Le tableau ci-dessous indique le nombre d'enfants dans chaque famille d'une tribu.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de familles	15	40	64	85	56	28	12

Combien de familles ont quatre enfants ou plus ?

La réponse : ..... .

Exercice 2

❖ Combien est égal à l'expression suivante ?

$$(x-3)(x+5)-(x-5)(x+3)$$

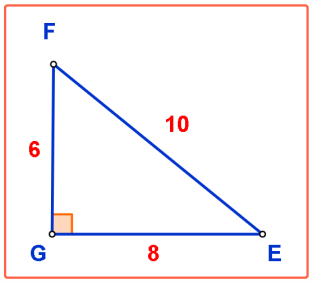
☐ (A) -30 ☐ (B) $4x$

☐ (C) $4x-30$ ☐ (D) $-16x-30$

Exercice 3

❖ EFG un triangle rectangle à G (voir la figure).

Quel est le cosinus de l'angle $\widehat{FEG}$?



☐ (A) 0,75 ☐ (B) 0,6 ☐ (C) $\frac{5}{3}$ ☐ (D) 0,8

Exercice 4

❖ Soit x tel que : $2{,}7 < x < 2{,}8$.

Parmi les expressions suivantes. Quelle est la bonne expression ?

☐ (A) $2{,}4 < x-3 < 2{,}5$

☐ (B) $0{,}3 < x-3 < 0{,}8$

☐ (C) $-5{,}7 < x-3 < -5{,}8$

☐ (D) $-0{,}3 < x-3 < -0{,}2$

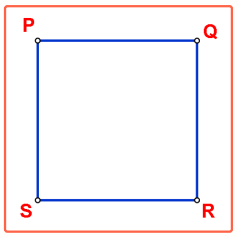
Exercice 5

❖ Mets une croix dans la bonne case :

	Vrai	Faux
$-\frac{3}{2}$ est un nombre décimal.		
$\frac{1}{3}$ est un nombre rationnel.		
$-5{,}9$ est un nombre irrationnel.		
$\frac{2}{3}$ est un nombre décimal.		

Exercice 6

❖ Soit PQRS un carré, tel que la longueur de son coté est de **5 cm**.



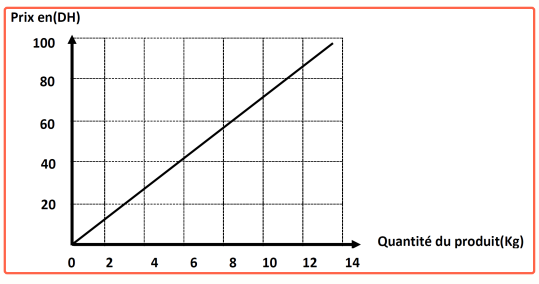
❖ Quelle est la longueur du diamètre [PR] ?

☐ (A) $\sqrt{5}$ ☐ (B) $\sqrt{10}$

☐ (C) $\sqrt{50}$ ☐ (D) $\sqrt{25}$

Exercice 7

❖ Le graphe ci-dessous représente une relation proportionnelle entre la quantité d'un produit (en **kg**) et son prix (en **DH**).



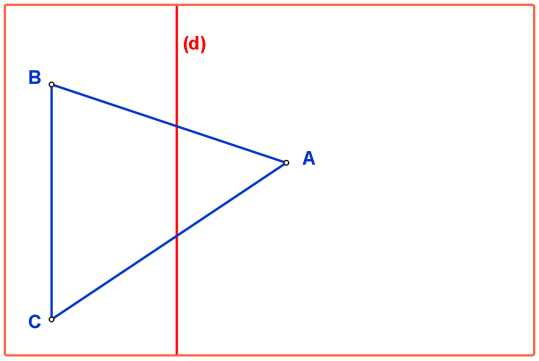
❖ Le prix de **50 kg** de ce produit en dirhams est :

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

□ (A) **300 DH** □ (B) **255 DH**
□ (C) **375 DH** □ (D) **448 DH**

Exercice 8

❖ Tracer le symétrie du triangle ABC par rapport à la droite (*d*).



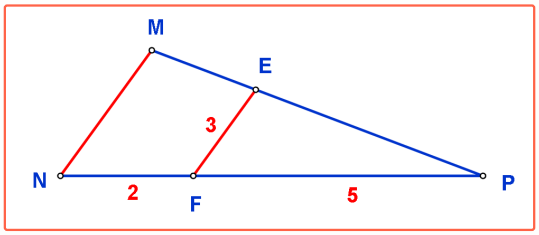
Exercice 9

❖ Cette année, Ahmed est deux fois plus âgé que son fils. Sa fille a **16** ans.
❖ Quel âge a Ahmed si vous savez que l'âge total des trois individus est de **88** ans ?

□ (A) **68** ans □ (B) **38** ans
□ (C) **58** ans □ (D) **48** ans

Exercice 10

❖ Noter la forme suivante où : (MN)//(EF)



➤ Quelle est la longueur du segment [MN] ?

□ (A) $\frac{15}{2}$ □ (B) $\frac{5}{6}$
□ (C) $\frac{6}{5}$ □ (D) $\frac{21}{5}$

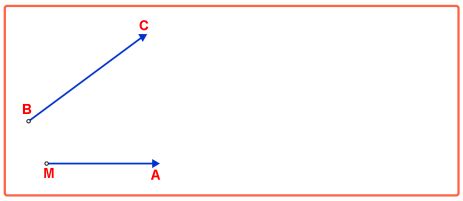
Exercice 11

❖ Quelle est l'écriture scientifique du nombre **0,000687** ?

□ (A) $6{,}87 \times 10^{-7}$ □ (B) $6{,}87 \times 10^{-4}$
□ (C) 687×10^{-6} □ (D) $6{,}87 \times 10^{-6}$

Exercice 12

❖ créer le point **N** pour que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC}$



Exercice 13

❖ Quelle est la bonne factorisation de l'expression suivante :

$$(x+3)(5x-2)-(x+3)(2x+1)$$

□ (A) $(x+3)(3x-3)$ □ (B) $(x+3)(3x-1)$
□ (C) $(x+3)(-3x-3)$ □ (D) $(x+3)(7x-1)$

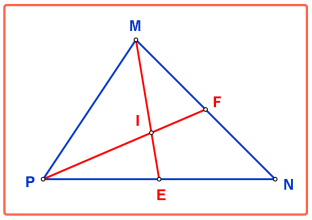
Exercice 14

❖ Combien est égal le nombre : $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$

□ (A) $\frac{6}{35}$ □ (B) $\frac{10}{35}$
□ (C) $\frac{8}{35}$ □ (D) $\frac{10}{25}$

Exercice 15

❖ Dans la figure suivante :
E milieu de [PN] , F milieu de [MN], I est le point d'intersection de (ME) et (PF) , PF = **12**



➤ Quelle est la longueur du segment [PI] ?

□ (A) 4 □ (B) 8 □ (C) 6 □ (D) 9

Exercice 16

❖ Combien est égal le nombre : $\frac{10^6}{36}\times\left(\frac{6}{5}\right)^2$

□ (A) 2^6 □ (B) $5^3\times 2^6$
□ (C) $6^4\times 5^7\times 2^6$ □ (D) $5^4\times 2^6$

Bonne Chance

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Evaluation diagnostique
Modèle N° 4

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Remarque** : Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

Exercice 1

❖ Dans chacun des cas, l'un des nombres n'est pas égal aux autres. Lequel ?

A ☐ $\frac{4}{-5}$ ☐ $-0{,}8$ ☐ $\frac{-4}{-5}$

B ☐ $-0{,}75$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{3}{-4}$

C ☐ $\frac{-10}{7}$ ☐ $\frac{7}{-10}$ ☐ $\frac{-7}{10}$

Exercice 2

❖ Écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ ou $-\frac{a}{b}$ avec a et b deux nombres entiers les plus petits possibles.

☐ A $\frac{-15}{-18}$ ☐ B $\frac{3{,}6}{-2{,}4}$

☐ C $-\frac{-2{,}8}{-7}$ ☐ D $-\frac{0{,}5}{-0{,}04}$

☐ E $-\frac{-0{,}5}{1{,}2}$ ☐ F $\frac{4}{-3.5}$

Exercice 3

❖ Calculer et simplifier lorsque c'est possible.

A $= \frac{-4}{5} + \frac{3}{2} - \frac{8}{10}$

B $= \frac{-1}{3} - \left(-\frac{1}{9}\right) + \left(\frac{-1}{2}\right)$

C $= \frac{13}{12} + \left(\frac{11}{-16}\right) + \left(\frac{-1}{-6}\right) + \left(\frac{-13}{16}\right)$

D $= \frac{52}{-19} + \left(\frac{-2}{21}\right) - \left(\frac{-52}{19}\right)$

Exercice 4

❖ Calculer et simplifier lorsque c'est possible.

A $= \frac{5}{8} + \frac{7}{5} + \frac{1}{8} + \frac{3}{5} + \frac{2}{8}$

B $= \frac{7}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{7} - \frac{9}{2} - \frac{5}{7} + \frac{5}{14}$

C $= -\frac{4}{3} + \frac{3}{5} - \frac{8}{3} - \frac{8}{5} + \frac{6}{13} - \frac{7}{13}$

D $= \frac{1}{35} - \frac{1}{10} + \frac{4}{35} - \frac{1}{7} - \frac{6}{35} + \frac{3}{7} - \frac{4}{5}$

Exercice 5

❖ Supprimer les parenthèses et les croche puis calculer :

U $= \frac{17}{35} - \left[\frac{17}{35} - \left(\frac{4}{3} - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)\right)\right]$

V $= 2 - \left[\frac{7}{2} - \left(2 + \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{7}\right)\right]$

W $= \frac{4}{7} - \left(\frac{29}{33} + \frac{8}{7}\right) - \left(1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{29}{33}\right)\right)$

Exercice 6

❖ Donner chaque quotient sous la forme d'une fraction de dénominateur **24**.

a $\frac{-7}{8}$ b $\frac{11}{-12}$ c $\frac{5}{4}$

d $\frac{0{,}9}{-2{,}4}$ e $\frac{-18}{72}$ f $\frac{-45}{-120}$

Exercice 7

1 Calculer :

☐ $(-3)^2 =$ ..... . ☐ $(-5)^3 =$ ..... .

☐ $10^5 =$ ..... . ☐ $10^{-4} =$ ..... .

☐ $(-1)^{2013} =$ ..... .

2 Simplifier :

☐ $(a^2)^3 =$ ..... . ☐ $\frac{a^5 \times a^4}{a^6} =$ ..... .

Exercice 7

1 Développer et réduire :

☐ $(3 + x)^2 =$ ..... .

☐ $(2x - 1)^2 =$ ..... .

☐ $(x - 4)(x + 4)$ ..... .

2 Factoriser :

☐ $3a + 5ab =$ ..... . ☐ $9 - x^2 =$ ..... .

☐ $(x + 1)^2 - 3(x + 1) =$ ..... .

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Evaluation diagnostique
Modèle N° 5

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

Remarque *: Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

Exercice 1

1) Calculer :

A) $= -14 + 19 =$.....

B) $= -14 - 19 =$.....

C) $= 2 \times (-4) \times 3 =$.....

D) $= (-2) \times (-4) \times 3 =$.....

E) $= (-2) \times (-4) \times (-3) =$.....

2) Calculer :

A) $= \frac{2}{3} + \frac{4}{6} =$..... B) $= \frac{5}{2} - \frac{7}{12} =$.....

C) $= \frac{5}{2} \times \frac{7}{3} =$..... D) $= \frac{5}{2} \div \frac{3}{7} =$.....

Exercice 2

1) Répondre par vrai ou faux et justifier :

A) Le symétrique d'un segment par rapport à un axe est un segment de différent longueur.

➤ .....

B) La symétrie axiale ne conserve pas les longueurs.

➤ .....

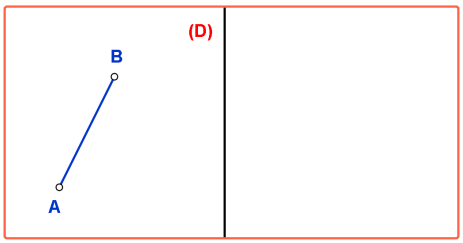
C) La symétrie axiale conserve l'alignement.

➤ .....

D) La symétrie axiale ne conserve pas les périmètres et les aires.

➤ .....

2) On considère le segment [AB] tel que :
AB = **3 cm**.



❖ Tracer le symétrique de [AB] par rapport à la droite (D)

Exercice 3

1) Calculer :

A) $= 2^3 + 2^{-5} =$ .....

B) $= \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$ .....

C) $= \left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^4 =$ ..... D) $= \left(\left(\frac{6}{5}\right)^{-2}\right)^4 =$ .....

E) $= 10^2 + 10^4 =$ ..... F) $= \frac{10^4}{10^3} =$ .....

2) Comparer les nombres suivants :

□ A) $\frac{24}{11}$ et $\frac{5}{11}$: ..... □ B) $\frac{-34}{11}$ et $\frac{-7}{-9}$: .....

Exercice 4

1) Répondre par vrai ou faux et justifier :

A) La **médiatrice** d'un segment est la droite coupe perpendiculairement ce segment en son milieu.

➤ .....

B) La **médiatrice** d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

➤ .....

C) La **hauteur** d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et le milieu côté opposé à ce sommet.

➤ .....

D) Les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre de gravité du triangle.

➤ .....

2) Soit ABC un triangle rectangle en A.
Construire le cercle circonscrit à ce triangle.

Exercice 5

❖ Résoudre les équations suivantes :

□ A) $-8x - 6 = 0$

□ B) $x - (3x + 4) - (1 - 2x) = 0$

□ C) $x\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Evaluation diagnostique
Modèle N° 6

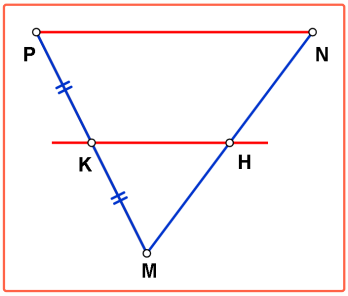
Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Remarque** : Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

Exercice 1

❖ Les droites vertes sont parallèles :

➤ Démontrer que H est le milieu de [MN]



Exercice 2

(1) Tracer un cercle de centre O et de diamètre [AD], tel que AD = **8 cm**. Placer un point B sur ce cercle tel que AB = **7 cm**.

(2) Démontrer que le triangle ABD est rectangle en B.

(3) Calculer BD.

(4) Soit M le milieu de [AB]. Calculer OM en justifiant.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 3

❖ Soit ABC un triangle tel que AB = **5,4 cm** , BC = **7,3 cm** et AC = **9 cm**. On appelle C le cercle de centre A et de rayon AB.

1) Faire une figure précise et soignée.

2) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

3) La droite (BC) est-elle tangente au cercle C ? Justifier.

Exercice 4

1) Développer, réduire puis ordonner les expressions suivantes :

✎ A = $(-3x + 5)(7 + x)$ =

✎ B = $8(-2x + 7) + 3x(2 - 2x)$ =

✎ C = $(2x - 3)(x - 2) - (5 + 10x)$ =

2) Calculer les expressions suivantes :

✎ A = $\frac{3}{8} \div \frac{9}{16}$ =

✎ B = $\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} - \frac{33}{4}$ =

✎ C = $\frac{2}{3} + 2 - \frac{1}{9}$ =

✎ D = $-2^2 + 7 \times (-3)^2 + (-2)^3$ =

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 5

A $= \dfrac{14 \times 10^4 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}$ B $= \dfrac{3 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^{-3}}$

1) Écrire A sous la forme d'un nombre en écriture scientifique. Détailler les calculs.

2) Donner l'écriture décimale de B. Détailler les calculs.

Exercice 6

1) $6x - 4 = -2 - 2x$ $2x + (-3x + 1) + 6 = -2(-x - 1)$

2) Résoudre le problème suivant en utilisant une équation.

Aya a **43** DVD. Elle a des films policiers, des comédies et des films de science fiction. Elle a **5** films de comédie de plus que de films policiers et elle a deux fois plus de films de science fiction que de comédies. Combien a-t-elle de films policiers ?

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 7

Afin de récupérer les huiles usagées, les élus d'une grande ville ont décidé d'installer quatre conteneurs de **1250 L** pour les particuliers et six conteneurs de **1700 L** pour les entreprises industrielles.

1) Écris une expression qui permet de calculer la quantité d'huile récupérable par l'ensemble des conteneurs de la ville ?

2) Calcule cette quantité d'huile récupérable ?

Exercice 8

1) Trouve trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut **513**.

2) Achraf a **18** ans et son père a **46** ans. Dans combien d'années le père de Achraf aura-t-il le double de son âge ?

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Evaluation diagnostique
Modèle N° 7

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Remarque** : Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

Exercice 1

(1) Tracer un cercle de centre O et de diamètre [BC], tel que BC = **7,4 cm**. Placer un point A sur ce cercle tel que BA = **7 cm**.

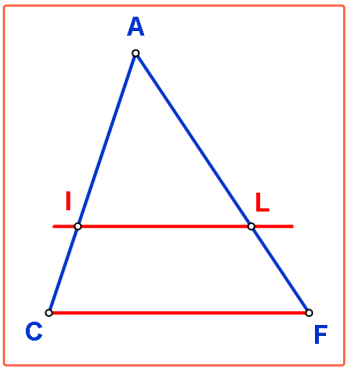
(2) Démontrer que le triangle ABD est rectangle en A.

(3) Calculer AC.

(4) Soit M le milieu de [AB]. Calculer OM en justifiant.

Exercice 2

❖ Exercice 2 : Dans la figure ci-contre (CF) est parallèle à (IL) AI = **4 cm**, AC = **14 cm** et CF = **17,5 cm**. ➤ Calculer IL.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 3

❖ Soit ABC un triangle tel que AB = **5,4 cm** , BC = **7,3 cm** et AC = **9 cm**. On appelle (C) le cercle de centre A et de rayon AB.

1) Faire une figure précise et soignée.

2) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

3) La droite (BC) est-elle tangente au cercle (C) ? Justifier.

Exercice 4

1) Développer, réduire puis ordonner les expressions suivantes :

✎ A = $(3x + 5)(4 + x)$ =

✎ B = $-4(2x + 7) - 3x(2 - 2x)$ =

✎ C = $(3x - 2)(x - 2) - (15 - 10x)$ =

2) Calculer les expressions suivantes :

✎ A = $\frac{3}{7} \div \frac{9}{14}$ =

✎ B = $\frac{5}{11} - \frac{2}{11} \times \frac{33}{4}$ =

✎ C = $\frac{2}{3} + 4 - \frac{1}{6}$ =

✎ D = $-3^2 + 5 \times (-4)^2 + (-2)^3$ =

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 5

✎ $A = \dfrac{56 \times 10^{-11} \times 15 \times 10^{3}}{25 \times 10^{-4} \times 24 \times 10^{-2}}$

✎ $B = 0{,}23 \times 10^{3} - 1{,}7 \times 10^{2} + 0{,}025 \times \left(10^{-2}\right)^{-2}$

1) Écrire A sous la forme d'un nombre en écriture scientifique. Détailler les calculs.

2) Donner l'écriture décimale de B. Détailler les calculs.

Exercice 6

1) ✎ $-3x + 4 = 3 - 2x$

✎ $2x - (5x + 1) - 6 = -2(-x - 1)$

2) Résoudre le problème suivant en utilisant une équation.

Maysae a **43** DVD. Elle a des films policiers, des comédies et des films de science fiction. Elle a **5** films de comédie de plus que de films policiers et elle a deux fois plus de films de science fiction que de comédies. Combien a-t- elle de films policiers ?

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 7

100 mL d'un soda contiennent **11 g** de sucre.

1) Quelle est la masse de sucre contenue dans **25cL** de ce soda ?

2) L'équivalent de combien de morceaux de sucre de **5 g** y a-t-il dans un litre de ce soda ?

Exercice 8

1) Calculer le volume d'un cône de révolution de rayon **6 cm** et de hauteur **5 cm**.

2) Calculer la hauteur d'une pyramide qui a un volume de **24 cm^3** et dont la base est un carré de **4 cm** de côté.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Evaluation diagnostique
Modèle N° 8

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Remarque** : Les questions de ce sujet sont liées à ce que vous avez déjà étudié dans les niveaux précédents.*

QCM :

❖ Cocher la seule bonne réponse

(1) a et b deux nombres rationnels alors $(a-b)^2$ est égal à :

☐ a^2-b^2 ☐ $a^2-2\times a\times b-b^2$ ☐ $a^2-2\times a\times b+b^2$

(2) a est un nombre rationnel non nul , et n et m deux entiers naturels alors $a^n\times a^m$ est égal à :

☐ $a^{n\times m}$ ☐ a^{n+m} ☐ a^{n-m}

(3) ABC est un triangle rectangle en B alors le théorème de Pythagore permet d'écrire :

☐ $AC^2=BA^2+BC^2$ ☐ $AB^2=BC^2+AC^2$ ☐ $BC^2=AB^2+AC^2$

(4) ABC est un triangle rectangle en B alors le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$ est égal à :

☐ $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{BC}{AC}$ ☐ $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{AB}{BC}$ ☐ $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{AB}{AC}$

(5) La forme simplifiée de l'expression $-7x+4-4-5x+6-2x$ est :

☐ $-4x+6$ ☐ $-14x+6$ ☐ $-10x-14$

(6) La forme développée de l'expression $(5x-2)(2x-3)$ est :

☐ $10x^2-12x-6$ ☐ $10x^2-19x+6$ ☐ $10x^2-11x+6$

(7) La forme factorisée de l'expression $9x^2-16$ est :

☐ $(3x-4)^2$ ☐ $(3x+4)^2$ ☐ $(3x+4)(3x-4)$

(8) L'équation $x(x-1)=2x+4$ admet comme solution le nombre :

☐ 1 ☐ -1 ☐ -2

(9) L'écriture scientifique de 685×10^3 est :

☐ 68.5×10^4 ☐ 6.85×10^4 ☐ 6.85×10^5

Exercice 1 :

(1) Résoudre l'équation suivante :
$25x-12=3+20x$

(2) Calculer ce qui suit :
$(-33+44)+(-15-77)$

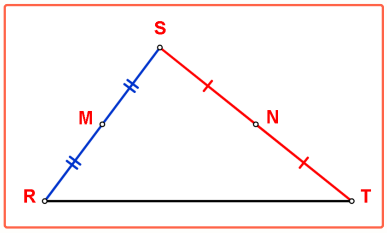
(3) Calculer ce qui suit :
$\dfrac{8}{3}-\dfrac{5}{3}\times\left(1-\dfrac{4}{7}\right)$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 2 :

On considère la figure ci-dessous tel que RT = **7.5*cm***

1. Montrer que (RT) et (MN) sont parallèles .
2. Calculer la longueur du segment [MN].



Exercice 3 :

❖ ABC est triangle rectangle en A tels que :
AB = **8*cm*** et AC = **15*cm*** .

1. Construire une figure convenable .
2. Calculer la longueur du segment [BC].

(On donne $\mathbf{17^2 = 289}$)

3. Calculer **cos** $\widehat{ABC}$.
4. Déterminer le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Bonne Chance

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

LES RACINES CARRÉES

Chapitre 2

Sommaire du chapitre 2

1. Racine carrée d'un nombre réel 29
2. Les opérations sur les racines carrées 30
3. Éliminer la racine carrée au dénominateur 31

Activité 1

1. Trouver un nombre positif **x** qui vérifier $x^2 = \frac{49}{4}$ et $x^2 = \frac{169}{9}$
2. Écrire les nombres **25,36** et **121** sous la forme d'une puissance.
   5 est la racine carrée de **25** ➤ $5 = \sqrt{25}$
   6 est la racine carrée de **36** ➤ $6 = \sqrt{36}$
3. Compléter le tableau suivant (utiliser la calculatrice) :

a	4	3	7	9
a^2				
$\sqrt{a^2}$				

Que remarquez- vous ?

1. RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE RÉEL

Définition 1

La racine carrée d'un nombre positif **b** est le seul nombre positif **d** dont le carré est égal à **b**.
On a donc $d^2 = b$ et on note $d = \sqrt{b}$.

Exemple 1

4 est la racine carrée de **16**, car $4^2 = 16$ on écrit $16 = \sqrt{256}$ et on lit **16** égale racine carrée de **256** .
D'une manière générale, on écrira, par convention $a = \sqrt{A}$ pour exprimer que l'on a $a^2 = A$

Remarque. $a = \sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2$ avec a est positif.

Exemple 2

- ☆ $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$
- ☆ $\sqrt{1} = 1$
- ☆ $\sqrt{4} = 2$
- ☆ $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$
- ☆ $\sqrt{0} = 0$
- ☆ $\sqrt{0,09} = 0,3$
- ☆ $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$
- ☆ $\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes ➤ $\sqrt{9}$ ➤ $\sqrt{121}$ ➤ $\dfrac{4}{\sqrt{16}}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{0.25}}{\sqrt{0.04}}$

Activité 2

1. Calculer $\sqrt{9\times 4}$ et $\sqrt{9}\times\sqrt{4}$
2. Que remarquez-vous ?
3. Montrer que $\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$
4. Calculer $\sqrt{\dfrac{4}{9}}$ et $\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$
5. Que remarquez-vous ?
6. Montrer que $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2. LES OPÉRATIONS SUR LES RACINES CARRÉES

Propriété 1

Soit a et b deux nombres réels positif non nuls : (1) $\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ (2) $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Attention

(1) $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ (2) $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$

Exemple 1

- ✯ $\sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = \sqrt{4}\times\sqrt{3} = \sqrt{2^2}\times\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- ✯ $\sqrt{300} = \sqrt{100}\times\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$
- ✯ $\sqrt{3}\times\sqrt{27} = \sqrt{3\times 27} = \sqrt{81} = 9$
- ✯ $\sqrt{2{,}5}\times\sqrt{10} = \sqrt{2{,}5\times 10} = \sqrt{25} = 5$
- ✯ $\sqrt{50} = \sqrt{25}\times\sqrt{2}$ v5 $\sqrt{2}$
- ✯ $\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \dfrac{1}{2}$
- ✯ $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$
- ✯ $\sqrt{\dfrac{49}{36}} = \dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}} = \dfrac{7}{6}$

Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes :

➤ $\sqrt{2}\times\sqrt{32}$ ➤ $\sqrt{27}$ ➤ $\sqrt{48}$ ➤ $\sqrt{56}$ ➤ $\sqrt{\dfrac{9}{7}}\times\sqrt{7}$ ➤ $\sqrt{\dfrac{4}{81}}$ ➤ $\sqrt{\dfrac{8}{18}}$ ➤ $\sqrt{\dfrac{3}{16}}$

Activité 3 Soient a et b deux nombres réels $(a \neq 0, b \neq 0)$

1. Montrer que $\dfrac{1}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{a}}{a}$
2. Montrer que $\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

3. ÉLIMINER LA RACINE CARRÉE AU DÉNOMINATEUR

On préfère parfois ne pas avoir des fractions contenant des radicaux au dénominateur. Il existe quelques techniques permettant de l'éviter :

Propriété 2

Soient a et b sont deux nombres positifs non nuls, alors : $\dfrac{a}{\sqrt{b}} = \dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}^2} = \dfrac{a\sqrt{b}}{b}$

Exemple 1

☆ $\dfrac{5}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

☆ $\dfrac{5}{3\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}^2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{6}$

Propriété 3

Soient a et b deux nombres réels positif non nuls

Alors : $\dfrac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{a\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} = \dfrac{a\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\sqrt{a}^2-\sqrt{b}^2} = \dfrac{a\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a-b}$

Exemple 2

$$\frac{2}{1-\sqrt{5}} = \frac{2\times(1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})\times(1+\sqrt{5})} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1-\sqrt{5}^2} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{-4} = -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{7\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)} = \frac{7\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2} = \frac{7\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2} = 7\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$$

Remarque. Le conjugue de nombre $\left(1+\sqrt{5}\right)$ est le nombre $\left(1-\sqrt{5}\right)$

Exercice 3

Éliminer le radical au dénominateur des nombres suivants ➤ $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-4}$ ➤ $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ ➤ $\dfrac{3}{\sqrt{11}}$ ➤ $\dfrac{11}{2\sqrt{5}}$.

Exercice 4

Écrire sans « $\sqrt{\ }$ » au dénominateur.

➤ C = $\dfrac{14}{\sqrt{2}}$ ➤ D = $\dfrac{\sqrt{12}+\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ ➤ E = $\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ ➤ F = $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 1
Racines Carrées

Exercice 1

Calculer : $A = \sqrt{1000000}$, $B = \dfrac{\sqrt{9}+\sqrt{121}}{\sqrt{49}}$, $C = \sqrt{\dfrac{50}{98}}$, $D = \sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{9+\sqrt{49}}}}$

Exercice 2

Simplifier :

- ☆ $A = \sqrt{50}$
- ☆ $B = \sqrt{363}$
- ☆ $C = 5\sqrt{27}$
- ☆ $D = \left(\sqrt{3}-1\right)^2$
- ☆ $E = \sqrt{3}\times\sqrt{21}\times\sqrt{7}$
- ☆ $F = \sqrt{5^3\times 7^5\times 100}$
- ☆ $G = \sqrt{242}\times\sqrt{128}$
- ☆ $H = \sqrt{7}\left(\sqrt{700}+\sqrt{7^3}\right)$
- ☆ $I = \left(\sqrt{13}-5\right)\left(\sqrt{13}+5\right)$
- ☆ $J = \sqrt{24}+7\sqrt{6}+2\sqrt{54}$
- ☆ $K = (\sqrt{5}+3)(2\sqrt{3}+1)(1+\sqrt{3})$

Exercice 3

Simplifier :

☆ $A = \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2}$ ☆ $B = \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{5}-7)^2}$ ☆ $C = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ ☆ $D = \sqrt{8-2\sqrt{12}}$

Exercice 4

Mettre le dénominateur des nombres suivants un nombre naturel :

☆ $A = \dfrac{3}{\sqrt{2}-1}$ ☆ $B = \dfrac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}}$ ☆ $C = \dfrac{5}{\sqrt{7}-2}-\dfrac{2}{\sqrt{7}}$ ☆ $D = \dfrac{3+\sqrt{5}}{7+\sqrt{5}}-\dfrac{3-\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}}$

Exercice 5

Écrire les quotients suivants avec un dénominateur entier :

➤ $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ➤ $\dfrac{4}{\sqrt{7}}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{4}}{2\sqrt{11}}$ ➤ $\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ ➤ $\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{8}}$ ➤ $\sqrt{\dfrac{7}{2}}$ ➤ $\sqrt{\dfrac{49}{5}}$

➤ $\dfrac{1}{\sqrt{7}-2}$ ➤ $\dfrac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ ➤ $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ ➤ $\dfrac{3+\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-4}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

Exercice 6

1. Développer $\left(2-\sqrt{3}\right)^2$ puis simplifier le nombre $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$
2. Déduire une simplification pour le nombre $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$
3. Calculer les expressions suivantes :
   - ➤ $A = \sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$
   - ➤ $B = \sqrt{7+4\sqrt{3}}\times\sqrt{7-4\sqrt{3}}$
   - ➤ $C = \dfrac{A+B}{A-B}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 2
Racines Carrées

Exercice 1

Compléter les pointillés :

- $3^2 = 9$ donc $\sqrt{9} = 3$
- $17^2 = 289$ donc $\sqrt{\ldots} = \ldots$
- $4^2 = \ldots\ldots$ donc $\sqrt{\ldots} = 4$
- $\sqrt{25} = \ldots$; $\sqrt{36} = \ldots$; $\sqrt{64} = \ldots$
- $\sqrt{81} = \ldots$; $\sqrt{11^2} = \ldots$; $\sqrt{(-18)^2} = \ldots$
- $\sqrt{\ldots} = 13$; $\sqrt{\frac{4}{9}} = \ldots$; $\sqrt{\left(\frac{8}{12}\right)^2} = \ldots$
- $12^2 = 144$ donc $\sqrt{\ldots} = \ldots$
- $6^2 = \ldots\ldots$ donc $\sqrt{\ldots} = \ldots$
- $20^2 = \ldots\ldots$ donc $\sqrt{\ldots} = \ldots$
- $\sqrt{\frac{49}{36}} = \ldots$; $\sqrt{3^4} = \ldots$; $\sqrt{0{,}49} = \ldots$
- $\sqrt{\ldots} = 4$; $\sqrt{7^2} = \ldots$; $\sqrt{\frac{\ldots}{\ldots}} = \frac{1}{10}$
- $\sqrt{7^6} = \ldots$; $\sqrt{\frac{\ldots}{\ldots}} = \frac{2}{11}$; $\sqrt{\ldots} = 0{,}1$

Exercice 2

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers :

1. $b = 2$; $A = 2\sqrt{72} - \sqrt{200}$
2. $b = 3$; $B = \sqrt{27} + 7\sqrt{75} - \sqrt{300}$
3. $b = 3$; $C = \sqrt{27} + 2\sqrt{75} - 4\sqrt{3}$
4. $b = 3$; $D = \sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{27}$
5. $b = 3$; $E = \sqrt{5} \times \sqrt{15}$
6. $b = 5$; $L = 4\sqrt{2} \times \sqrt{90}$
7. $b = 5$; $M = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$
8. $b = 5$; $F = \sqrt{500} - 7\sqrt{45} - \sqrt{80}$
9. $b = 5$; $G = \sqrt{45} - \sqrt{5}$
10. $b = 3$; $I = \sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{27}$
11. $b = 3$; $K = \sqrt{3} + 3\sqrt{27}$
12. $b = 3$; $J = 6\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{192}$
13. $b = 3$; $H = (6 + 2\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2$
14. $b = 7$; $N = 6\sqrt{28} + 10\sqrt{7} - 8\sqrt{63}$

Exercice 3

Écrire les nombres sous la forme $a + b\sqrt{c}$:

1. $A = \sqrt{25} - \sqrt{75} + 5\sqrt{27} - \sqrt{36 \times 3} + 2\sqrt{9}$; $c = 3$
2. $B = (3\sqrt{3} - 2)(4 - \sqrt{3})$; $c = 3$
3. $C = \sqrt{49} + \sqrt{28} + \sqrt{63}$; $c = 7$
4. $D = (2\sqrt{7} + 1)^2 - (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$; $c = 7$
5. $E = 2 \times (3 - 2\sqrt{5})^2$; $c = 5$
6. $F = (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) - 8\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)$
7. $G = \sqrt{81} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27}$
8. $H = \sqrt{3}(5 - \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 3)$
9. $I = 5 + 6\sqrt{2}(3\sqrt{2} + 4)$
10. $J = (7\sqrt{2} - 4)^2$
11. $K = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
12. $L = (\sqrt{3} - 2)^2$
13. $M = (\sqrt{3} - 5)^2$
14. $N = (5 + \sqrt{2})^2$
15. $O = G = (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$

Minicentre privé Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers ; b est un entier naturel le plus petit possible :

1. A = $\sqrt{50}$
2. B = $\sqrt{72}$
3. C = $\sqrt{300}$
4. D = $\sqrt{16} + \sqrt{9} - \sqrt{25}$
5. E = $\sqrt{50} + \sqrt{72}$
6. F = $\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$
7. G = $2\sqrt{12} - \sqrt{27}$
8. H = $2\sqrt{3} \times \sqrt{6}$
9. I = $\sqrt{21} \times \sqrt{14}$
10. J = $7\sqrt{6} - 2\sqrt{24} + 5\sqrt{54}$
11. K = $2\sqrt{3} + \sqrt{75} - 6\sqrt{27}$
12. L = $3\sqrt{50} - \sqrt{18} + 4\sqrt{8}$
13. M = $3\sqrt{54} + 2\sqrt{24} - 5\sqrt{96}$
14. N = $-4\sqrt{18} + \sqrt{128} - 3\sqrt{32}$
15. O = $5\sqrt{3} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27}$
16. P = $\sqrt{15} \times \sqrt{10}$
17. Q = $5\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3}$
18. R = $2\sqrt{75} \times \sqrt{6}$
19. S = $3\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{180}$
20. T = $\sqrt{12} + 4\sqrt{75} - 6\sqrt{48}$
21. U = $\sqrt{98} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$
22. V = $\sqrt{20} - 4\sqrt{45} + \sqrt{180}$
23. W = $\sqrt{500} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{45}$
24. X = $5\sqrt{6} \times 2\sqrt{3}$
25. Y = $\sqrt{75} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{27}$
26. Z = $\sqrt{8} \times \sqrt{50} \times \sqrt{18}$
27. AA = $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + 2\sqrt{27}$
28. AB = $2\sqrt{32} - \sqrt{50}$
29. AC = $5\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27}$
30. AD = $\sqrt{20} - \sqrt{125} + 2\sqrt{245}$
31. AE = $\sqrt{45} + 2\sqrt{80} - \sqrt{5}$
32. AF = $7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3}$
33. AG = $(2 - 3\sqrt{5})(15 + 2\sqrt{5})$
34. AH = $2\sqrt{32} - \sqrt{18} + \sqrt{8}$
35. AI = $\sqrt{200} - 4\sqrt{3} \times \sqrt{6}$
36. AJ = $3\sqrt{75} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{48}$
37. AK = $\sqrt{45} - 7\sqrt{5} + \sqrt{20}$
38. AL = $\sqrt{500} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$
39. AM = $-5\sqrt{54} + 3\sqrt{150} - \sqrt{96}$
40. AN = $\sqrt{75} - \sqrt{12}$
41. AO = $7\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{48}$
42. AP = $\sqrt{8} \times \sqrt{50} \times \sqrt{18}$
43. AQ = $\sqrt{18} + \sqrt{50} + \sqrt{18}$
44. AR = $\sqrt{6} \times \sqrt{42}$
45. AS = $2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + 100\sqrt{2}$
46. AT = $2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 7\sqrt{75}$
47. AU = $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5$
48. AV = $\sqrt{7} - 7\sqrt{700} + \sqrt{28}$
49. AW = $7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$
50. AZ = $\sqrt{36 + 64}$
51. BA = $(6\sqrt{2})^2 + 3$
52. BB = $(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$
53. BC = $\sqrt{15} \times \sqrt{10}$
54. BC = $\sqrt{15} \times \sqrt{10}$
55. BD = $3\sqrt{27} - \sqrt{12}$
56. BE = $3\sqrt{28} - \sqrt{7}$
57. BF = $\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$
58. BG = $3\sqrt{28} - 2\sqrt{700}$
59. BH = $2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 7\sqrt{75}$
60. BI = $2\sqrt{108} - 5\sqrt{3} + \sqrt{48}$

Exercice 5

Développer et réduire :

1. A = $(2\sqrt{3} - 1)(6 - \sqrt{3})$
2. B = $(2\sqrt{5} - 3)(3\sqrt{5} + 2)$
3. C = $(3\sqrt{2} - 1)(3\sqrt{2} + 1)$
4. D = $(\sqrt{2} + 3)^2 - 11$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 3
Racines Carrées

Exercice 1

1) Simplifier les expressions suivantes :

➤ $\sqrt{16}$ ➤ $\sqrt{81}$ ➤ $\sqrt{25}$ ➤ $\sqrt{36}$ ➤ $\sqrt{\frac{16}{9}}$ ➤ $\frac{1}{(-\sqrt{5})^{-2}}$

➤ $\sqrt{50}$ ➤ $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$ ➤ $(-\sqrt{5})^{2}$ ➤ $(\sqrt{5})^{8}$ ➤ $\sqrt{0.01}$ ➤ $(\sqrt{5})^{5}$

2) Simplifier les expressions suivantes :

➤ $A = 5\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$ ➤ $B = 5\sqrt{32} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{8}$ ➤ $C = \frac{1}{2}\sqrt{3} + 15\sqrt{12} - \frac{3}{4}\sqrt{27}$

➤ $D = \left(\sqrt{\sqrt{5} - 2}\right) \times \left(\sqrt{\sqrt{5} + 2}\right)$ ➤ $E = \left(\sqrt{7\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}\right) \times \left(\sqrt{7\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}\right)$

Exercice 2

1) Développer puis simplifier :

➤ $A = (\sqrt{5} + 1)^2$ ➤ $B = (\sqrt{5} - 1)^2$ ➤ $C = (2 + 5\sqrt{2})^2$ ➤ $D = (2 - 5\sqrt{2})^2$

➤ $E = 3\sqrt{2}(2 - 3\sqrt{5})$ ➤ $F = (2\sqrt{7} - 3)(2\sqrt{7} + 3)$ ➤ $G = (2 + 5\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2} + 1)^2$

➤ $H = (4\sqrt{3} + 1)(7 + \sqrt{3}) + (2\sqrt{3} - 4)(5 + \sqrt{3})$

2) Factoriser les expressions suivantes :

➤ $I = 9x^2 - 5$ ➤ $J = 5 - x^2$ ➤ $K = 2x^2 - 11$ ➤ $L = x^2 - \frac{3}{4}$ ➤ $M = 9x^2 - \frac{5}{3}$

➤ $N = 3x^2 - \frac{6}{9}$ ➤ $O = \frac{1}{3}x^2 - 8$ ➤ $P = \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{9}$

Exercice 3

Écrire les expressions suivantes sans racine carrée :

➤ $A = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$ ➤ $B = \frac{\sqrt{28}}{2\sqrt{63}}$ ➤ $C = \frac{\sqrt{50} + 3\sqrt{8}}{5\sqrt{2}}$ ➤ $D = \frac{\sqrt{3 \times 4 \times 9}}{\sqrt{3} \times \sqrt{144}}$

➤ $E = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{20}$ ➤ $F = \sqrt{6} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ➤ $G = \frac{\sqrt{5}(1 - 2\sqrt{5})}{\sqrt{5} - 10}$

➤ $H = \sqrt{\frac{27}{0.7}} \times \sqrt{\frac{70}{3}}$ ➤ $I = \sqrt{\frac{6}{7}} \times \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{24}}$ ➤ $J = \frac{1}{2}\sqrt{4(ac)^2}$

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

➤ $9x^2 - 5 = 0$ ➤ $5 - x^2 = 0$ ➤ $2x^2 - 11 = 0$ ➤ $x^2 - \frac{3}{4} = 0$ ➤ $9x^2 - \frac{5}{3} = 0$

➤ $3x^2 - \frac{6}{9} = 0$ ➤ $\frac{1}{3}x^2 - 8 = 0$ ➤ $\frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{9} = 0$ ➤ $x^2 = 121$

➤ $2x^2 = 6$ ➤ $7x^2 = 5$ ➤ $\frac{2}{3}x^2 = 4$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

1) Rendre rationnel les dénominateurs suivantes :

➤ $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ ➤ $\dfrac{3}{\sqrt{13}}$ ➤ $\dfrac{3}{2\sqrt{13}}$ ➤ $\dfrac{-2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}$ ➤ $\dfrac{2}{1+\sqrt{5}}$ ➤ $\dfrac{-2}{1+2\sqrt{5}}$

➤ $\dfrac{-2\sqrt{5}}{1+2\sqrt{5}}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{5}-1}{1+\sqrt{5}}$ ➤ $\dfrac{\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{5}}$ ➤ $\dfrac{2\sqrt{5}-1}{1+3\sqrt{5}}$

2) Simplifier les expressions suivantes :

a) $A = \left(2-3\sqrt{5}\right)^2 + \left(2+4\sqrt{5}\right)\left(2-3\sqrt{5}\right)$

b) $B = 3\sqrt{5} \times \left(\sqrt{\sqrt{5}-2}\right) \times \left(\sqrt{\sqrt{5}+2}\right)$

c) $C = 3\sqrt{50} + 2\sqrt{2}\left(4+3\sqrt{2}\right) - \left(\sqrt{12+\sqrt{2}}\right)^2$

Exercice 6

On pose $A = 2+3\sqrt{5}$ et $B = 49+12\sqrt{5}$ et $C = 49-12\sqrt{5}$

1) Montrer que : $\sqrt{B} = A$
2) Déduire : $\sqrt{C}$
3) Calculer : $\sqrt{B} \times \sqrt{C}$
4) Calculer : $\sqrt{B} + \sqrt{C}$
5) Calculer : $\sqrt{B} - \sqrt{C}$

Exercice 7

1) Développer puis simplifié : ➤ $(\sqrt{5}-1)^2 + 2(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) + (\sqrt{5}-1)^2$
2) Factoriser : ➤ $4x^2 - 9$ ➤ $x(x-\sqrt{2}) + (x-\sqrt{2})$
3) Simplifier : ➤ $\sqrt{7^3} - \sqrt{28} + \sqrt{63}$ ➤ $\sqrt{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{2})^2}$
4) Simplifier : ➤ $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}}}}$

Exercice 8

a et b sont deux nombres réels tels que : $a > 1$ et $b \geq 0$. Montrer que :

➤ $\sqrt{b} \times \dfrac{\sqrt{1+\dfrac{2a}{1+a^2}} + \sqrt{1-\dfrac{2a}{1+a^2}}}{\sqrt{b+\dfrac{2ab}{1+a^2}} - \sqrt{b-\dfrac{2ab}{1+a^2}}} = a$

Exercice 9

➠ On considère l'expression : $a = \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

1) Calculer a^2
2) En déduire une écriture simplifiée de a.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 10

Simplifier et calculer :

1) $a = 3\sqrt{12} - \sqrt{75} + 2\sqrt{27}$ 2) $b = \sqrt{\sqrt{5}-1} \times \sqrt{\sqrt{5}+1}$ 3) $c = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+1} - \dfrac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}-2}$

Exercice 11

1) Calculer et simplifier :

a) $E = \sqrt{\dfrac{80}{3}} - \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{90}{6}} + \dfrac{4}{5}\sqrt{\dfrac{125}{48}}$

b) $B = \sqrt{3+2\sqrt{2}} \times \sqrt{3-2\sqrt{2}} \times \sqrt{45}$

c) $C = \dfrac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+3} - \dfrac{5}{\sqrt{8}}$

2) On considère l'expression A : $A = \left(x\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(x\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) - \left(x\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(x + \sqrt{2}\right)$

a) Développer et réduire A.

b) Factoriser A.

c) Calculer A pour : $x = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Exercice 12

1) On considère les nombres x et y tels que : $x = \sqrt{3+\sqrt{5}}$ et $y = \sqrt{3-\sqrt{5}}$

a) Calculer : x^2 , y^2 , xy et $(x-y)^2$.

b) En déduire l'écriture simplifiée de $x - y$.

c) Montrer que $\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

2) Déterminer les réels a tels que : $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{a} = \dfrac{a}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$

3) Montrer que : $\sqrt{\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} - \dfrac{1}{\sqrt{5}+2}} = 0$.

Exercice 13

On considère les nombres a , b et c tels que :

$a = \sqrt{9+4\sqrt{5}}$; $b = \sqrt{9-4\sqrt{5}}$ et $c = \sqrt{6+2\sqrt{5}}$.

1) a) Calculer $(a+b)^2$.

b) En déduire $a + b$.

2) a) Calculer $(1+\sqrt{5})^2$

b) En déduire la simplification de c.

c) Montrer que $a - 2c + b = -2$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 14

On considère les réels positifs x et y tels que $x = \sqrt{5+2\sqrt{6}}$ et $y = \sqrt{5-2\sqrt{6}}$.

1. Montrer que $xy = 1$.
2. On pose : $a = x + y$ et $b = x - y$.
   - a) Calculer a^2 et b^2.
   - b) En déduire a et b.
3.
   - a) Vérifier que $x = \dfrac{a+b}{2}$ et $y = \dfrac{a-b}{2}$.
   - b) En déduire la simplification de a et b.

Exercice 15

1. Calculer :
   - $a = \sqrt{35} \times \sqrt{\dfrac{5}{7}}$
   - $b = 2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \dfrac{1}{6}\sqrt{108}$
   - $c = \left(\sqrt{6}\right)^5 \times \left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^{-5}$
   - $d = \left(\sqrt{2}+2\right)^2 - \sqrt{2}(2\sqrt{2}-1)$.
2. Montrer que e est un nombre entier relatif où :
   $e = \dfrac{1}{\sqrt{5}+2} - \dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$
3. On considère l'expression F : $F = x\left(x+\sqrt{7}\right) + x^2 - 7$
   - a) Factoriser F.
   - b) Déterminer les valeurs de x telles que : $F = 0$.

Exercice 16

On pose : ➤ $B = (\sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{7})(-\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7})$ ➤ $A = (\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{7})$

Montrer que : ➤ $A - B = 8$ ➤ $AB = 104$

Exercice 17

1. Développer ce qui suit : ➤ $(7 - 2\sqrt{3})^2$ ➤ $(5 + 3\sqrt{2})^2$ ➤ $(3\sqrt{7} - 4)^2$
2. Déduire la simplification des expression suivantes :

➤ $a = \sqrt{79 - 24\sqrt{7}}$ ➤ $b = \sqrt{43 + 30\sqrt{2}}$ ➤ $c = \sqrt{61 - 28\sqrt{3}}$

Exercice 18

Calculer les expressions suivantes :

➤ $x = \sqrt{7+\sqrt{2}} \times \sqrt{7-\sqrt{2}}$

➤ $y = \sqrt{5-2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

➤ $z = \sqrt{11-2\sqrt{10}} \times \sqrt{11+2\sqrt{10}}$

➤ $t = \sqrt{7+2\sqrt{12}} \times \sqrt{7-2\sqrt{12}}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

IDENTITÉS REMARQUABLES

Chapitre 3

Sommaire du chapitre 3

1. Développement 39
2. Factorisation. 40
3. Identités remarquables 41

Activité 1

1 Développer et réduire :	2 Factoriser :
1 $a = x(2x+1)$; $b = 5x^2(x+7)$	1 $a = 15b - 15c$; $b = 10a + 5c$
2 $c = (3x+1)^2$; $d = (4x-3)^2$	2 $c = -2x + 2y + 2$; $f = (x-2)^2 - 3(x-2)$
3 $e = (5x-2)(2x+3)$	3 $e = (7x-3)^2 + (7x-3)(x+2)$
4 $f = 2x^2\left(x^2+5x+9\right) - 2x^2 - 15x$	4 $d = (3x+1)(5x+3) + (3x+1)(2x+2)$

1. DÉVELOPPEMENT

Définition 1

Développer un produit signifie le transformer en une **somme algébrique**.

Propriété 1

a , b et k sont des nombres réels.

On a ➤ $k(a+b) = ka + kb$ ➤ $k(a-b) = ka - kb$

Exemple 1

➤ $3(5a+7) = 3 \times 5a + 3 \times 7 = 15a + 21$

➤ $\sqrt{5}(\sqrt{5}-1) = \sqrt{5} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \times 1 = \sqrt{5^2} - \sqrt{5} = 5 - \sqrt{5}$

Propriété 2

a, b, c et d sont des nombres réels.

On a ➤ $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple 2

Développer puis simplifier les expressions suivantes :

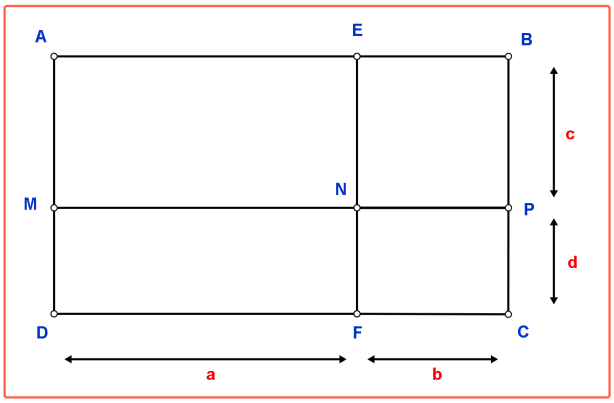
$(3-a)(4a+2) = 3 \times 4a + 3 \times 2 - a \times 4a - a \times 2 = 12a + 6 - 4a^2 - 2a = -4a^2 + 10a + 6$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 1

1. $a = 2(1 - 2x) + 3(x - 1)$
2. $b = (2x - 6)(x + 4)$
3. $c = 7x(3x - 5) + (3x - 5)(x - 1)$
4. $d = \left(8x^3 - 2x + 1\right)(x + 3)$
5. $e = (x + y + z)(x + y - z)$

Activité 2 ABCD est un rectangle.



Calculer de deux méthodes l'aire du rectangle ABCD et déduire que : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

2. FACTORISATION

Définition 2

Factoriser une somme algébrique signifie la transformer en **produit**.

Propriété 3

a, b et k sont des nombres réels.
On a ➤ $ka + kb = k(a + b)$; $ka - kb = k(a - b)$

Exemple 1

- $4a^2 + 3a = 4 \times a \times a + 3 \times a = a(4a + 3)$
- $(x + 7)(5 - 4x) - 2(5 - 4x) = (5 - 4x) \times (x + 7 - 2) = (5 - 4x)(x + 5)$
- $(x + 3)^2 + (x + 4)(x + 3) = (x + 3)(x + 3 + x + 4) = (x + 3)(2x + 7)$

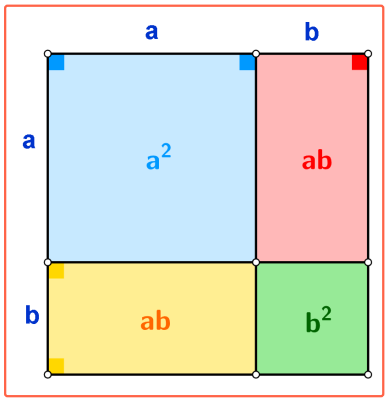
Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

1. A $= 25x - 15$
2. B $= \frac{5}{7}x - \frac{3}{7}$
3. C $= (3x + 1)^2 - (3x + 1)(2x + 5)$
4. D $= 7x(2x - 9) - 11(9 - 2x)$
5. E $= 6x^2 + 12x + 6$
6. F $= xy - x - y + 1$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Activité 3



1. Calculer l'aire du carré ci-dessus de deux façons différentes et déduire que : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Déduire que : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
   (On remarque que : $a - b = a + (-b)$)
   a et b deux nombres réels

➤ Développer et réduire : $(a-b)(a+b)$

3. IDENTITÉS REMARQUABLES

3.1. Carré d'une somme

Propriété 4

a et b deux réels :

Développement

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Factorisation

Exemple 1

➤ $(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

➤ $16x^2 + 8x + 1 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x+1)^2$

➤ $25x^2 + 20x + 4 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2 = (5x+2)^2$

3.2. Carré d'une différence

Propriété 5

a et b deux réels :

Développement

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Factorisation

Exemple 2

➤ $(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

➤ $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$

➤ $16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x-1)^2$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 3

(1) Développer puis simplifier les expressions suivantes :

$A = (9x + 8)^2$; $B = (6 + 5x)^2$

(2) Factoriser :

$C = x^2 + 8x + 16$

$D = 49x^2 + 42x + 9 + x(7x + 3)$

(3) On considère : $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$

(a) Développer et réduire F. (b) Factoriser F. (c) Calculer F Pour $x = -\frac{2}{3}$.

Exercice 4

(1) Développer puis simplifier les expressions suivantes :

$M = \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2$; $N = \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}\right)^2$

(2) Factoriser :

$O = 9x^2 - 24x + 16$

$P = 25x^2 + 9 - 30x$

Exercice 5

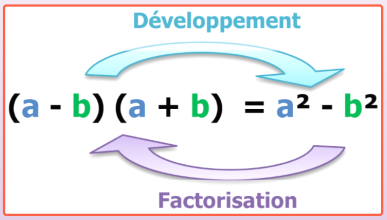
(1) Développer : $A(x) = (2x + 1)(2x - 1)$ (3) Factoriser $A(x)$

(2) Calculer $A(x)$ pour $x = \sqrt{5}$

3.3. Produit d'une somme par une différence

Propriété 6

a et b deux réels :



Exemple 3

- $(2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$
- $99 \times 101 = (100 + 1)(100 - 1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999$
- $16x^2 - 9 = (4x)^2 - 3^2 = (4x + 3)(4x - 3)$
- $(\sqrt{11} + \sqrt{7})(\sqrt{11} - \sqrt{7}) = \sqrt{11}^2 - \sqrt{7}^2 = 11 - 7 = 4$

Exercice 6

Calculer mentalement ➤ 78×82 ➤ $59^2 - 61^2$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 1
Identités remarquables

Exercice 1
Développer puis réduire les expressions suivantes :

1. $A = 2x(1 - 3x)$
2. $B = (4x + 5) \times (-3x)$
3. $C = 3x(2x^2 - x + 2) - 5(3x^2 + 4x - 5)$
4. $D = (3x - 1)(4 + x)$

Exercice 2
Développer puis réduire les expressions suivantes :

1. $A = \left(x + \sqrt{2}\right)^2$
2. $B = \left(4x - \sqrt{5}\right)^2$
3. $C = 5(2y - 3)^2$
4. $D = 5 - (2y - 3)^2$
5. $E = \left(2x - \sqrt{7}\right)\left(2x + \sqrt{7}\right)$
6. $F = (3x + 7)(3x - 7) + 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

Exercice 3
Développer puis réduire les expressions suivantes :

1. $M = \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)^2$
2. $N = \left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)^2$
3. $O = \sqrt{\left(\sqrt{7} - 3\right)^2}$
4. $P = \left(\sqrt{3} - 1\right)^4$
5. $Q = \sqrt{\left(\sqrt{5} - 1\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{5} - 7\right)^2}$

Factoriser avec un facteur commun

$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$
$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$

Factoriser sans facteur commun

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Exercice 4
Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 5x + 25$
2. $B = 3x^2 - 9x$
3. $C = 3x(2x + 1) - 5(2x + 1)$
4. $D = 2xy - x^2$
5. $E = (x + 3)^2 + 2x(x + 3) - (x + 3)$

Exercice 5
Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 49 - x^2$
2. $B = 9x^2 - 4$
3. $C = (2x + 3)^2 - 64$
4. $D = 81 - (2x - 4)^2$
5. $E = (3x - 4)^2 - (5x - 1)^2$
6. $F = 7y^2 - 11$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 6

Factoriser les expressions suivantes :

1. $x^2 - 2x + 1$
2. $4x^2 - 12x + 9$
3. $49x^2 - 28x + 4$
4. $9x^2 - 6x + 1 - (3x - 1)(5x + 2)$
5. $x^2 - 9 + (x - 3)(2x + 1)$
6. $x^2 - \frac{9}{49}$
7. $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$

Exercice 7

Factoriser les expressions suivantes :

1. $x^2y + 6xy^2 - 2xy$
2. $(2 - x)(x + 8) + x^2 - 4$
3. $4x^2 - 25 - (x + 1)(2x - 5)$
4. $x^2 - 3 + (x - \sqrt{3})(4x + 2\sqrt{3})$

Exercice 8

Soit x un nombre réel, on pose : $A = (x + 1)^2 - 4$ et $B = 4x^2 + 2x - 4$

1. Factoriser l'expression A.
2. Calculer $A - \frac{1}{2}B$
3. En déduire une factorisation de B.

Exercice 9

On considère les expressions suivantes : $A = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$ et $B = (x + 3)(x + 2) + x^2 - 9$

1. Vérifier que : $A = (x - 1)(2x^2 + 5x - 3)$
2. Développer et simplifier l'expression B.
3. Factoriser B puis en déduire une factorisation de A.

Exercice 10

Développer les expressions suivantes :

1. $A = (3x + 4)^2$
2. $B = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$
3. $C = \left(\frac{7}{3}y + \frac{2}{3}\right)^2$
4. $D = (2x + 5)^2$
5. $E = (3x + 5y)^2$
6. $F = (4 + 2y)^2$

Exercice 11

Écris les expressions suivantes sous forme du carré de la somme de deux nombres :

1. $F = x^2 + 2x + 1$
2. $G = 9x^2 + 12x + 4$
3. $H = 49 + 70x + 25x^2$

Exercice 12

Factoriser les expressions suivantes :

1. $I = x^2 + 2x + 1 + 3(x + 1)$
2. $J = 9x^2 + 6x + 1 + 6x + 2$
3. $K = 5(4x + 3) - 16x^2 - 24x - 9$
4. $L = 9y^2 + 12y + 4 - 9(3y + 2)^2$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 13

Développer les expressions suivantes :

1) $A = (x-1)^2$ 2) $B = (2x-3)^2$ 3) $C = (4-y)^2$ 4) $D = (2x-5y)^2$

Exercice 14

Écris les expressions suivantes sous forme du carré de la différence de deux nombres :

1) $E = x^2 - 4x + 4$
2) $F = 9x^2 - 6x + 1$
3) $G = 16y^2 - 40y + 25$
4) $H = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

Exercice 15

Factoriser les expressions suivantes :

1) $I = 2(x-1) + x^2 - 2x + 1$
2) $J = 16y^2 - 40y + 25 - 2(5-4y)$
3) $K = 2x - \sqrt{2} - 2x^2 + 6\sqrt{2x} - 9$
4) $L = (x-3)(2x-5) - (x-3)(x+6)$

Exercice 16

Développer les expressions suivantes :

1) $A = (2x+1)(2x-1)$
2) $B = (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$
3) $C = (3y-4)(3y+4)$
4) $D = (2x+5y)(2x-5y)$

Exercice 17

Factoriser les expressions suivantes :

1) $E = 25x^2 - 16$
2) $F = 2y^2 - 3$
3) $G = 5x^2 - 4y^2$
4) $H = x^2 - 4 - (x-2)^2$
5) $I = (2y+3)^2 - 4y^2 + 9$
6) $J = (x+y)^2 - (x-y)^2$

Exercice 18

Calculer et simplifier :

1) $C = (125-14) - (-15+7{,}2)$
2) $D = \dfrac{1+\sqrt{2}}{3} - \dfrac{3+\sqrt{2}}{3}$
3) $E = \dfrac{17{,}3}{2} - \left(-\left(\dfrac{17{,}3}{2} - 25{,}8\right)\right)$
4) $F = \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{7}\left(\dfrac{2}{5} - 3\right)$
5) $G = \left[\dfrac{3}{2} - \left(\dfrac{\sqrt{5}}{2} + \dfrac{15}{2}\right)\right] - \left[\left(\dfrac{7}{2} - 3\right) - \left(\dfrac{5}{2} - 2\right)\right]$
6) $H = 5 - \left[\dfrac{7}{2} - \left(2 + \dfrac{3}{2}\right) + \left(\dfrac{5}{3} - \dfrac{17}{3}\right)\right]$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 19

Simplifier les expressions suivantes :

1) $I = 5 - \left[\frac{7}{2} - \left(2 + \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{5}{3} - \frac{17}{5}\right)\right]$

2) $A = \dfrac{3 + \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} + 5}$

3) $B = \dfrac{1}{\frac{7}{10} - \frac{9}{13}}$

4) $C = \dfrac{\frac{-2}{5}}{1 - \frac{1}{3}}$

5) $D = \dfrac{2}{1 + \frac{4}{5}}$

6) $E = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$

7) $H = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{4} - 3$

Exercice 20

1) Développer et simplifier ce qui suit : $(x-4)^2 - (x-2)(x-8)$

2) Déduire une méthode pour calculer l'expression : $2016^2 - 2018 \times 2012$.

Exercice 21

On considère l'expression : $E = (2x-1)(x+8) + (x+8)^2$

1) Développer et simplifier l'expression E.

2) Écrire l'expression E sous forme produit de deux facteurs.

Exercice 22

On considère l'expression : $F = 9x^2 - 16 - (2x-3)(3x+4)$

1) Développer et simplifier l'expression F.

2) Factoriser l'expression : F.

3) Calculer l'expression de F pour : $x = -1{,}5$.

Exercice 23

On considère l'expression M tel que : $M = (2x-5)(x-9) + 4x^2 - 25 - (2x-5)^2$

1) Développer et simplifier l'expression M.

2) Factoriser M.

3) Calculer M pour $x = -2\sqrt{3}$.

4) Résoudre l'équation : $M = 0$.

Exercice 24

On considère les expressions : $A = 2x^2 - 13x - 7$ et $B = (2x-1) - 36$

1) Factoriser B.

2) Montrer que : $B - 2A = 3(2x-1)$.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

3 Déduire la factorisation de A.

Exercice 25

a , b , c et d des nombres réels. Montrer que :

1 $a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)=0$

2 $(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$

3 $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$

4 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

Exercice 26

On considère l'expression : $A=(3x+1)(2x-3)+6x+2$

1 Développer et simplifier l'expression A.

2 Factoriser l'expression : A.

3 Calculer l'expression de A pour $x=2$.

Exercice 27

On considère l'expression : $B=(5y+7)+(5y+7)(y-8)$

1 Développer et simplifier l'expression B.

2 Factoriser l'expression : B.

3 Calculer l'expression de B pour $y=0$.

Exercice 28

On considère l'expression : $D=(a-1)(a+1)+2(2a+1)+3$

1 Développer et simplifier l'expression D.

2 Écrire D sous forme d'un carré.

Exercice 29

On considère l'expression : $E=(2x+1)^2-4(2x+1)$

1 Développer et simplifier l'expression E.

2 Factoriser l'expression : E.

3 Calculer l'expression de E pour $x=1$.

Exercice 30

On considère l'expression : $F=(x+3)(2x-1)-2(x+3)$

1 Développer et simplifier l'expression F.

2 Factoriser l'expression : F.

3 Calculer l'expression de F pour $x=3$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 2
Identités remarquables
Bonus

Développer et simplifier les expressions suivantes :

1. $A = x(3x + 6)$
2. $B = -8(y + 1)$
3. $C = 2a(7 + a)$
4. $D = 3x(4 - 6x)$
5. $E = -2y(y - 5)$
6. $F = (6y + 9) \times 4y$
7. $G = 3(x - 2) - 6(3 + 2x)$
8. $H = -2(a + 6) - 3(2a - 7) + 5(3a + 4)$
9. $I = (x + 2)(3x + 1)$
10. $J = (y + 1)(y + 5)$
11. $K = (2a - 2)(1 + 3a)$
12. $L = (b - 1)(5 - b)$
13. $M = (-y + 5)(y - 5)$
14. $N = (6y - 9)(4y - 8)$
15. $O = (x + 3)(2 + 3x)$
16. $P = (4a - 5)(5a + 4)$
17. $Q = (8y - 9)(1 - y)$
18. $R = (3x + 1)^2$
19. $S = (2x + 3)^2$
20. $T = (5x + 2)^2$
21. $U = (6x + 4)^2$
22. $V = (x - 4)(x + 4)$
23. $W = (5x + 3)(5x - 3)$
24. $X = (4x + 1)(4x - 1)$
25. $Y = (7 - 3x)(7 + 3x)$
26. $Z = (y + 4)^2$
27. $A = (x + 4)^2$
28. $B = (2 - x)^2$
29. $C = (x + 1)(x - 1)$
30. $D = (7x + 5)^2$
31. $E = (3 - 2x)^2$
32. $F = (2x + 1)^2$
33. $J = (5x + 6)(5x - 6)$
34. $K = (4 - 8x)^2$
35. $M = (3 + 4x)(3 + 4x)$
36. $N = (11x - 12)^2$
37. $O = (2 + 9x)^2$
38. $P = (3 + x)(x - 3)$
39. $Q = (3x + 1)(x - 2) - (2x - 3)^2$
40. $R = (3x - 5)(-2x + 4)$
41. $S = 3 - (x + 1)(x - 1)$
42. $T = (x + 2)^2 - 3(x + 1)^2$
43. $U = (x - 3)^2 + 2(x - 1)^2$
44. $V = (2x - 1)^2 + (x + 3)^2$
45. $W = (2x - 3)(2x + 3) - (x + 1)(x - 1)$
46. $X = 5\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - x\right) - 2(3x + 1)(-3x + 1)$
47. $Y = (\sqrt{2} + 1)^2$
48. $Z = \left(\frac{1}{4} - 2x\right)^2$
49. $B = (2 - \sqrt{3})^2$
50. $C = \left(\frac{1}{2} - x\right)^2$
51. $E = \left(\frac{1}{5} - x\right)\left(\frac{1}{5} + x\right)$
52. $F = (\sqrt{7} + 3)^2$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

53 $G = \left(\sqrt{5} + \frac{1}{2}\right)^2$

54 $H = (\sqrt{3} - 2)^2$

55 $I = (2\sqrt{3} + 1)^2$

56 $J = \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} + 1\right)^2$

57 $K = \left(-\frac{2}{3} - \sqrt{5}\right)^2$

58 $L = (2 - 3\sqrt{5})(2 + 3\sqrt{5})$

59 $M = \left(-0{,}05 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

60 $N = a(b - 3) + b(3 - a) + 3(a - b)$

61 $O = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + 2x\left(\frac{1}{3} - \frac{x}{2}\right)$

62 $P = (a + b)b - (b - a) \times a - b^2$

63 $Q = -4(a - b + c) - (a + b - c)$

64 $R = 2x - (a - 2v) - 2(v + x)$

65 $S = (x + 1)^2 + (x - 1)^2$

66 $T = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) + (2x - 1)^2$

67 $U = (\sqrt{2}t - 0{,}5)(\sqrt{2}t + 0{,}5) + (0{,}5 + t)^2$

68 $V = (1 - a)\left(1 + a + a^2\right)$

69 $W = (1 + a) \times \left(1 - a + a^2\right)$

70 $X = (1 - a)\left(1 + a + a^2 + a^3\right)$

71 $Y = (a - b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

72 $Z = (a + b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$

73 $B = (x - 5)^2$

74 $C = (x - 8)(x + 8)$

75 $D = \left(\frac{2}{3} - a\right)^2$

76 $E = \left(\frac{3}{5} - a\right)\left(\frac{3}{5} + a\right)$

77 $F = \left(\sqrt{2}x - \frac{1}{2}\right)^2$

78 $G = (\sqrt{7}a + \sqrt{5})(\sqrt{7}a - \sqrt{5})$

79 $H = \left(\frac{y}{3} - \sqrt{11}\right)^2$

80 $I = (\sqrt{a} + 2)^2 + (2\sqrt{a} - 3)^2$

81 $J = (b - 4)^2 + (2b - 3)(2b + 3)$

82 $K = \left(\frac{1}{6}m + 1\right)\left(\frac{1}{6}m - 1\right) + 3(m + 4)^2$

83 $L = 5 - 2 \times (\sqrt{a} - 1)^2 - (\sqrt{a} + 1)^2$

84 $M = (0{,}5t - \sqrt{2})(0{,}5t + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{4}\sqrt{2}t + 1\right)^2$

85 $N = \left(\frac{1}{2} + a + b\right)^2$

86 $O = (\sqrt{2} - a + b)^2$

87 $P = (2a - b + c)^2$

88 $Q = (n + 3)(n - 3) - n^2 + 1$

89 $R = (2x + 4)(x - 2) + (x + 2)(4x - 7)$

90 $S = (3x - 2)(3x + 2)$

91 $T = \left(4x^2 + 3\right)\left(4x^2 - 3\right)$

92 $U = (2x + 1)(2x - 1)$

93 $V = (x + 1)^2 + (x - 3)^2$

94 $W = (3 - x)^2 + (x + 5)^2$

95 $X = (x - 2)^2 + (x + 4)(x - 4)$

96 $Y = (x + 1)(x - 1) + (x + 4)^2$

97 $Z = (x - 5)^2 + (2x + 7)(2x - 7)$

98 $A = (2x + 1)^2 - (x + 3)^2$

99 $B = (2x + 3)^2 - (x - 7)(x + 7)$

100 $C = (x + 2)(x - 2) - (x - 3)^2$

101 $F = (x - 5)^2 - (2x - 7)(x - 5)$

102 $G = \left(b - \frac{1}{6}\right) \times \left(b + \frac{1}{6}\right) - \left(b - \frac{1}{2}\right)\left(b + \frac{1}{2}\right)$

103 $I = (x + 2)(x - 2)$

104 $J = \sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 5)$

105 $K = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$

106 $L = (\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

107 $M = (3 + 2\sqrt{7})^2$

108 $N = 3x(1 - x) - 4\left(x + \frac{1}{4}\right)$

109 $O = -\sqrt{2}(2x - \sqrt{2})$

110 $P = 2(3x - 1)$

111 $Q = 2x(3x - 1)(-x + 4)$

112 $R = (\sqrt{3}x - 1)(x + \sqrt{3})$

113 $S = (-5x - 1)(-x + 2)$

114 $T = (2\sqrt{2}x - \sqrt{2})^2$

115 $U = (3x - \sqrt{7})(3x + \sqrt{7})$

116 $V = (-\sqrt{5}x - 1)^2$

117 $W = (2\sqrt{2}x - \sqrt{3})(2\sqrt{2}x + \sqrt{3})(8x^2 + 3)$

118 $X = 3x - (5x - \sqrt{2})(5x + \sqrt{2})$

119 $Y = 4x(2x - 1)(2x + 1)$

120 $Z = (\sqrt{2}x - \sqrt{5})(\sqrt{2}x + \sqrt{5}) - (1 + x)^2$

121 $A = (3x - 1)^2 - (4x + 3)(x - 1)$

122 $B = (x - 3)^2 - (x + 3)(x - 3) - (x + 3)^2$

123 $C = (2x - 5)(x - 9) + 4x^2 - 25 - (2x - 5)^2$

124 $D = 2\sqrt{3}(-3\sqrt{2} + \sqrt{3})$

125 $E = -\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{3}\right)$

126 $F = (3\sqrt{2} + 4)(-2\sqrt{5} - 1)$

127 $G = 3x(1 - x) + (x - \sqrt{3})(2\sqrt{2} + x)$

128 $H = 2x(-\sqrt{2}x + 1) - x\sqrt{3}(-2x + \sqrt{3})$

129 $I = \sqrt{5}x(2x - 1)(\sqrt{5} + \sqrt{3}x)$

130 $J = (2\sqrt{2} + 3)^2$

131 $K = (\sqrt{3} - 2\sqrt{5})^2$

132 $L = (2\sqrt{3} - 7)(2\sqrt{3} + 7)$

133 $M = (2\sqrt{3}x - 1)^2$

134 $N = (3x + \sqrt{2})^2$

135 $O = (3x\sqrt{5} + 1)(3x\sqrt{5} - 1)$

136 $P = 2a(-3a + 4)$

137 $Q = (3x - 4)(5x - 2)$

138 $R = -3x[4 - 2x - 3(x - 1)]$

139 $S = (-5x + 3)(2x - 4)$

140 $T = \sqrt{5}(x - 2 + \sqrt{3})$

141 $U = -3x(2x - 4y + 5)$

142 $V = \frac{5}{3}x(-3x + 3) - \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(6x + 2)$

143 $W = (3x - 1)(2x + 5) - \sqrt{3}(5x - \sqrt{2})$

144 $X = (2x - 5)^2 - 3(4x - 8)$

145 $Y = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) - (1 + 2\sqrt{3})^2$

146 $Z = \frac{1}{3}(x - 5) - \frac{1}{2}(1 - x)$

147 $A = \left(\frac{3}{7} - \frac{x}{5}\right)\left(\frac{3}{7} + \frac{x}{5}\right)$

148 $B = x(x + 1) + 5x$

149 $C = (3 + x)^2$

150 $D = (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3)$

151 $E = (3x + 10)^2$

152 $F = (1{,}1x + 0{,}5)^2$

153 $H = (-3x + 9)(3x + 9)$

154 $I = (-x - 2)^2$

155 $J = (-2x + 6)^2$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

156 $K = (5x + 4)(4 - 5x)$

157 $L = (y + 8)(y + 8)$

158 $M = (7 - x)^2$

159 $N = (3x - 5)^2$

160 $O = (2x + 0.5)(2x + 0.5)$

161 $P = (2y + 5)(-2y + 5)$

162 $Q = \left(\frac{2}{3} + 2\sqrt{3}\right)^2$

163 $R = \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)^2$

164 $S = (2 - \sqrt{3})^2$

165 $T = (\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 2)$

166 $U = \left(\frac{2}{3} + \sqrt{3}\right)\left(\frac{2}{3} - \sqrt{3}\right)$

167 $V = (\sqrt{5} - 1)^2 - 2(\sqrt{5} + 3)^2$

168 $W = 2(x^2 + 4) - x(2x - 3)$

169 $X = a(a + b) - b(a - b)$

170 $Y = (a + 2b - 5)(a + 2b + 5)$

171 $Z = (3x + 2)^2$

172 $A = (x - \sqrt{3})^2$

173 $B = (4 - 5x)(4 + 5x)$

174 $C = (2x + 5)(2x - 5) - 3(x - 1)^2$

175 $D = \left(\sqrt{\sqrt{5} - 2}\right)^2 \left(\sqrt{\sqrt{5} + 2}\right)^2$

176 $H = (x^2 + 1)^2$

177 $I = 3(x - 1) + 2x\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$

178 $J = (x + 1) \times (x^2 - 3)$

179 $K = \left(\frac{7x}{5} + 3\right) \times \left(\frac{7x}{5} - 3\right) + (x - 3)^2$

180 $L = -\frac{1}{2}(4 - 24x)$

181 $M = 5(3x - 1) - 3(x - 1)$

182 $N = \frac{2}{3}(9x - 3) + 6x$

183 $O = -4x(2 - x) + 2x^2 - x(-7 - 8x)$

184 $P = (x^2 + y^2)(-y^2 + x^2) + x^2y^2(1 - yx)$

185 $Q = (x - 1)(x + 1) - x(x + 1)$

186 $R = (x - 3)^2 - x(x - 3)$

187 $S = (x + 1)^2 - x^2$

188 $T = (x - 1)(x + 1) - (x + 2)^2$

189 $U = (x - 1)^2 + (x + 1)(x - 2)$

190 $V = (x + 3)(x - 1) + (x + 2)(x + 1)$

191 $A = (-4x + 4)(6x - 9) + (-4x + 4)$

192 $B = (-2x + 9)(-9x - 5) + (-9x - 5)^2$

193 $C = (-7x - 1)^2 + (-7x - 1)(-4x - 6)$

194 $D = (2x - 5)(-10x - 4) - (-10x - 4)$

195 $E = (-x + 3)(4x - 4) + 16x^2 - 16$

196 $F = (2x + 9)^2 + (9x + 6)(2x + 9)$

197 $G = (2x + 9)^2$

198 $H = (x + 7)(-2x + 8)$

199 $I = (2x - 10)^2$

200 $J = (10x - 8)(10x + 8)$

201 $K = (3x - 4)^2 + (x - 2)(-x + 3)$

202 $L = (7x - 8)(7x + 8) + (6x + 4)^2$

203 $M = (9x - 5)(9x + 5)$

204 $N = (5x - 9)^2$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

205 $O = (10x + 3)^2$

206 $P = (3x + 8)(6x - 8)$

207 $Q = (5x - 6)(5x + 6) - (4x - 8)(7x - 8)$

208 $R = (10x - 5)^2 - (7x + 7)^2$

209 $S = (x - 7)(-2x - 1)$

210 $T = (9x + 2)^2$

211 $U = (6x - 5)(6x + 5)$

212 $V = (5x - 7)^2$

213 $W = (4x - 8)^2 + (-4x - 10)(-3x - 9)$

214 $X = (7x + 3)^2 + (5x + 9)(5x - 9)$

215 $Y = (2x + 9)(x + 4)$

216 $Z = (5x + 3)(5x - 3)$

217 $A = (7x - 1)^2$

218 $C = (7x + 9)^2 + (5x - 10)^2$

219 $D = (8x - 7)(8x + 7) + (x + 4)(-5x + 5)$

220 $E = (8x + 8)(8x - 8)$

221 $F = (5x - 6)^2$

222 $G = (3x + 9)^2$

223 $H = (x + 10)(9x - 10)$

224 $I = -(9x - 4)^2 + (3x + 4)^2$

225 $J = (x + 7)(-2x - 5) + (6x - 2)(6x + 2)$

226 $K = (10x - 7)(10x + 7)$

227 $L = (6x - 8)^2$

228 $M = (x + 6)^2$

229 $N = (-10x + 5)(-7x - 9)$

230 $O = -(-7x + 9)(6x - 3) - (5x + 10)^2$

231 $P = -(3x + 10)(3x - 10) + (2x - 9)^2$

232 $Q = \left(\frac{7}{2}x - \frac{8}{7}\right)^2$

233 $R = -(8x + 1) \times (x - 8)$

234 $S = (7x - 9) \times (9x + 7)$

235 $T = (3x - 4)^2$

236 $U = (6x + 6)^2$

237 $V = (10x + 8) \times (10x - 8)$

238 $W = (2x - 1) \times (2x + 1)$

239 $X = (7x + 7) \times (7x - 7)$

240 $Y = (x + 5)^2$

241 $Z = \left(\frac{3}{10}x - \frac{5}{8}\right) \times \left(\frac{5}{8}x + \frac{3}{10}\right)$

242 $A = -(x + 5) \times (x - 5)$

243 $B = (9x - 8)^2$

244 $C = (10x + 1) \times (x - 10)$

245 $D = (5x - 8) \times (5x + 8)$

246 $E = (5x - 8)^2$

247 $F = \left(\frac{4}{3}x - \frac{7}{3}\right) \times \left(\frac{7}{3}x + \frac{4}{3}\right)$

248 $G = -(10x - 7) \times (10x + 7)$

249 $H = (2x + 8)^2$

250 $I = \left(\frac{1}{10}x + \frac{9}{7}\right)^2$

251 $J = -(x - 2)^2$

252 $K = (7x + 5) \times (5x - 7)$

253 $L = (3x - 3)^2$

254 $M = (6x - 7) \times (6x + 7)$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

255 N = $(2x + 8)^2$

256 O = $(9x - 8)^2$

257 P = $(7x - 5) \times (7x + 5)$

258 Q = $(5x + 4)^2$

259 R = $(9x + 1) \times (x - 9)$

260 S = $-(10x - 9)^2$

261 T = $\left(8x + \frac{2}{7}\right) \times \left(8x - \frac{2}{7}\right)$

262 U = 990^2

263 V = 51×49

264 W = 199^2

265 X = 498×502

266 Y = 1005^2

267 Z = 1007×993

Factoriser les expressions suivantes :

1 A = $3 \times x + 2 \times x$

2 B = $-2 \times x + x \times x$

3 C = $5 \times y - y \times 7$

4 D = $-x + 3 \times x$

5 E = $2 \times a + a \times a \times 3$

6 F = $-5 \times x - 19 \times x$

7 G = $3x^2 + 8x$

8 H = $(2x - 1)(x - 2) + 4(2x - 1)$

9 I = $(2 - x)(x + 5) + (3 + x)(x + 5)$

10 J = $8(b + 5) + 15(b + 5)$

11 K = $-8x(x + 4) - (x + 4)x$

12 L = $(7 + 3y) \times 6 + x^2(7 + 3y)$

13 M = $6(x - 6) - y(x - 5)$

14 N = $a(a + 9) - (a + 9)$

15 O = $(5y + 2) + (5y + 2) \times y^2$

16 P = $(x + 1)(x + 6) + 4x(x + 6)$

17 Q = $(7x + 9)^2 + (7x + 9)(x + 8)$

18 R = $-4(a - 2) - (b + 8)(a - 2)$

19 S = $(4b + 1)(b - 8) - 8(4b + 1)$

20 T = $-x^2(x + 3) + (x + 2)(x + 3)$

21 U = $(a + 4)(7 - a) + (4a + 1)(7 - a)$

22 V = $x^2 + x$

23 W = $2a + 3 + 2\left(\frac{3}{2} - a\right)(2a + 3)$

24 X = $2y(1 - y) - (1 - y)$

25 Y = $5x^3 - 8x^2 - x$

26 Z = $(4t - 1)(2 - t) + 2 - t - 3(2 - t)$

27 A = $3(x + 1)(5x - 4) - 4 + 5x$

28 B = $(3x + 1)^2 + (3x + 1)(x - 6)$

29 C = $x^2 - 2^2$

30 D = $(x + 2)^2 - 3^2$

31 E = $(x + 2)^2 - (2x - 1)^2$

32 F = $x^2 - 9$

33 G = $9x^2 - 4$

34 H = $25 - x^2$

35 I = $1 - 4x^2$

36 J = $x^2 + 6x + 9$

37 K = $4x^2 - 4x + 1$

38 L = $8x^2 + 4x + 1$

39 M = $16y^2 + 144 + 96y$

40 N = $a^2 + 16 - 8a$

41 O = $9 - 36b + 36b^2$

42 P = $100 - t^2$

43 Q = $x^2 - 36$

44 R = $y^2 - 100$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

45 S = $16 - a^2$

46 T = $9 - 4b^2$

47 U = $16y^2 - 64$

48 V = $(x - 2)(x + 8) + 6x(x - 2)$

49 W = $(2y + 6)^2 - (4y + 1)(2y + 6)$

50 X = $(x - 1)^2 + (4 - 3x)(x - 1)$

51 Y = $x^2 - 16 + (x - 4)(6x + 3)$

52 Z = $x^2 - 36 - (x - 6)(6x - 7)$

53 A = $(10 - a)(-a - 2) + 100 - a^2$

54 B = $(2y + 1)^2 + (5y - 2)(2y + 1)$

55 C = $t^2(5t + 1) - (5t + 1)(9t + 2)$

56 D = $\frac{-3}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{7}\sqrt{5}$

57 E = $14\sqrt{2,07} + 13\sqrt{2,07} - 27\sqrt{2,07}$

58 F = $\frac{10}{3}\sqrt{0,05} - \frac{7}{10}\sqrt{0,05} - \frac{109}{39}\sqrt{0,05}$

59 G = $3\sqrt{2}a - 6b\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

60 H = $\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}x - \frac{2}{9}x$

61 I = $\frac{7}{28}z - \frac{4}{15}z + \frac{9}{30}z$

62 J = $\sqrt{6}k + 9k - 12k$

63 K = $\sqrt{3}y - 3y^2 - 2\sqrt{3}y^4$

64 L = $(4 + x)(3x - 1) + (x + 4)(-x + 2)$

65 M = $2xy - x^2$

66 N = $x(2 - x)(3 + x) - x(x - 3)(2 - x)$

67 O = $(x + 7)^2 + 2(x + 7)^2$

68 P = $4x^2 + 6x$

69 Q = $x^2y + 6xy^2 - 2xy$

70 R = $\frac{t^2}{4} - t + 1$

71 S = $49z^2 + 14z + 1$

72 T = $4a^2 + 4\sqrt{3}a + 3$

73 U = $2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$

74 V = $2(x - 1)^2 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{3}(x - 1) + 3$

75 W = $0,121u^2 - 0,81v^2 + (0,11u - 0,9v) \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

76 X = $(\sqrt{2}x - 1)(x - 3\sqrt{2}) + \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)(3x - 4)$

77 Y = $4x^2 - 1$

78 Z = $9x^2 - 5$

79 A = $\left(x^2 - 2x + 1\right) + 3(x - 1)$

80 B = $(2t + 1)^2 - (1 + t)^2$

81 C = $\frac{a^2}{36} - \frac{25b^2}{16} + 2\left(\frac{a}{6} - \frac{5b}{4}\right)$

82 D = $\frac{4a^2}{81} - \frac{25b^2}{9}$

83 E = $2 - t^2$

84 F = $(3t + 2)^2 - (t + 3)^2$

85 G = $3t^2 - 2 + (\sqrt{3}t - \sqrt{2})(3\sqrt{3}t + 1)$

86 H = $(\sqrt{5}z + 2)^2 - 25z^2$

87 I = $3t^2 - 18t + 27$

88 J = $-2z^2 + 12z - 18$

89 K = $-2ab + \frac{a^2}{2} + 2b^2$

90 L = $\frac{5}{9} - \frac{10}{5} + 5k^2$

91 M = $-60x^2 - 60x - 15$

92 N = $25x^4 - 36y^4$

93 P = $4(x + 1)^2 - (2x + 3)^2$

94 Q = $a^2b^2 - x^2y^2$

95 R = $(3x + 1)^2 - \frac{4}{9}x^2$

96 S = $25 - (3t + 1)^2$

97 T = $(x - 2)(x + 8) + \left(x^2 - 4\right)$

98 U = $4x^2 - 25 - (2x - 5)(x + 8)$

99 V = $x^2 - 3 + (x - \sqrt{3})(2x + 3\sqrt{2})$

100 W = $2x^2 - 5 + (\sqrt{2}x - \sqrt{5})(3\sqrt{2}x + 3)$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

101 $X = \frac{1}{4}x - \frac{3}{8} + (2x-3)^2$

102 $Y = t^2 - 4t + 4 + (t-2)(2t+z)$

103 $Z = \frac{t^2}{4} + t + 1 + \left(\frac{t}{2}+1\right) \times \left(\frac{3t}{2} - 2\right)$

104 $A = (3 - \sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{2}a - 3)(a+5)$

105 $B = (2x+4)(x-2) + (x+2)(4x-7)$

106 $C = x + 5x^2 + 11x^3$

107 $D = 5x - x^2$

108 $E = x^2 - 49 + x(x-7)$

109 $F = (x-3)(x+7) - (5-x)(x-3)$

110 $G = 5(x+1) + (x+1)^2$

111 $H = x^2 + 4x + 4$

112 $I = x^2 - \frac{9}{121}$

113 $J = (2x-3)^2 - (x+1)^2$

114 $K = \frac{x^2}{8} - 8$

115 $L = x^{12} - 1 + 5\left(x^6 - 1\right)$

116 $M = -7x^2 + 14x - 7$

117 $N = \sqrt{6} + 2\sqrt{3}$

118 $O = -2\sqrt{14} - 2\sqrt{7}$

119 $P = 3 - \sqrt{2}^2$

120 $Q = \sqrt{15} - 2\sqrt{35}$

121 $R = 2x(3x+4) - 2x(x+1) + 2x$

122 $S = 25abc^2 - 15ab^2c - 10a^2bc$

123 $T = 4x^2 - 9 + (2x-3)(5x+11)$

124 $U = (x+1)(2x-5) - (x+1)(3x-7) + (x+1)$

125 $V = 4x^2 - 7$

126 $W = (2x+5)^2 - (x-1)^2$

127 $X = 3x^2 - 11$

128 $Y = 27x^2 - 12 + (3x-2)^2$

129 $Z = 9x^2 + 12x + 4 - (3x+2)(x+4)$

130 $A = 9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2$

131 $B = x^2 - 5 + (x + \sqrt{5})$

132 $C = (2x+1)^2 - 16$

133 $D = 4x^2 - 6x + 2$

134 $E = 4x^2 - 12x + 8$

135 $F = 2x^2 - 2\sqrt{6}x + 3$

136 $G = (2x-5)(x-9) + 4x^2 - 25 - (2x-5)^2$

137 $H = (2x-5)^2 - 36$

138 $I = 2x(3x+1) - (3x+1)(x+3) + (3x+1)$

139 $J = 15a^2bc^3 - 5abc + 25ab^2c$

140 $K = (3x-2)^2 - 3x(3x-2) + (2-3x)$

141 $L = 5 - \sqrt{4}$

142 $M = 4\sqrt{121} - 7$

143 $N = \sqrt{9} - \sqrt{2}^2$

144 $O = 4x^2 - 4x\sqrt{3} + 3$

145 $P = 16x^2 - 11$

146 $Q = 25x^2 + 30x + 9$

147 $R = 6x^2 - 18x$

148 $S = -2x(x-3) + 6x(x-3)$

149 $T = (2x+3)(x-5) - (3x-1)(x-5)$

150 $U = (3x-1)^2 + (2x-3)(3x-1)$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

151 V = $x^2 + 6x + 9$

152 W = $4x^2 - 20x + 25$

153 X = $x^2 - 25$

154 Y = $x^2 + 2xy$

155 Z = $3x^2 - 3x$

156 A = $x^2 - 18x + 81$

157 B = $(x + 2)^2 - (x + 2)(3x + 1)$

158 C = $4x - 6 + (2x - 3)(x + 5)$

159 F = $(3x - 5)^2 - 36$

160 G = $25x^2 - \frac{9}{4}$

161 H = $16x^2 - 81 - 3(4x + 9)$

162 I = $x(x + 3) + 5x + 15$

163 J = $(2x + 1)^2 - 25$

164 K = $x + 3x^2$

165 L = $(x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3)$

166 M = $36x^2 - \frac{1}{4}$

167 N = $(2x - 2)^2 - (2x - 1)^2$

168 O = $(-x - 4)^2 - (x - 5)^2$

169 P = $9x^2 + 12x + 4 - (x - 1)(3x + 2)$

170 Q = $\left(15x^2 + 5\right)(x - 1) + (x - 1)(-5)$

171 R = $-13(x + 4) - 7y(x + 4)$

172 S = $8x(-2y + 11) + 2y - 11$

173 T = $-19y(7x - 8) + (x - 1)(-7x + 8)$

174 U = $5X + 45$

175 V = $-6x^2 - 2x$

176 W = $15x - 20$

177 X = $-3x^3 + 12x$

178 Y = $81x^2 - 36$

179 Z = $x^2 - x + 0.25$

180 A = $(x - 1)^2 + 0.25$

181 B = $64 - (-x + 8)^2$

182 C = $x^2 + x\sqrt{3} + \frac{3}{4}$

183 D = $4x^2 + 4x + 1$

184 E = $x^2 - 4x + 4$

185 F = $2x^2 - 8$

186 G = $\frac{25}{4}x^2 - 2y^2$

187 H = $2x^2 - 1$

188 I = $43 + 30\sqrt{2}$

189 J = $13 - 2\sqrt{35}$

190 K = $(x + 3)(x + 2) + x^2 - 9$

191 M = $25 + 10x + x^2$

192 N = $4x^2 - 4x + 1$

193 O = $x^2 - 4 + (2 - x)(3x + 1)$

194 P = $7x^2 - 7 + x^2 - 2x + 1$

195 Q = $2x^2 + 6x$

196 R = $y^2 - 2y$

197 S = $3x + 15$

198 T = $x^2 - x(x - 1)$

199 U = $\frac{5}{3}x^2 + \frac{10}{9}x$

200 V = $\frac{3}{2}x - \frac{15}{14}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

201 W = $(x-1)^2 - 4$

202 X = $4x^2 - 1$

203 Y = $9x^2 - 30x + 25$

204 Z = $x^2 + 6x + 9$

205 A = $d^2 - 4$

206 B = $9t^2 - 16$

207 C = $x^2 - 4x + 4$

208 D = $x^2 + 6x + 9$

209 E = $-4y^2 + 1$

210 F = $-25 + 9a^2$

211 G = $9 - (x-1)^2$

212 H = $(x+3)^2 - 9$

213 I = $(2x-3)^2 - 4$

214 J = $36 - (3x+2)^2$

215 K = $(x+2)^2 - (x-1)^2$

216 L = $(3x-2)^2 - (x+1)^2$

217 M = $x^2 - 2x - 8$

218 N = $x^2 + \sqrt{3}x$

219 O = $81x^2 + 27x - 30xy$

220 P = $x + 1 + (x+1)(3x+4)$

221 Q = $x^2 + 8x + 16$

222 R = $49x^2 - 14x + 1$

223 S = $64n^2 - 25 + 8n - 5$

224 T = $s^2 - 4 + (s+2)^2$

225 U = $\frac{25}{121}r^2 - 10r + 121$

226 V = $x^2 - 8xy + 16y^2$

227 W = $a^2 + 0{,}2a + 0{,}01$

228 X = $\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{15}x + \frac{4}{25}$

229 Y = $16x^2 - \frac{40}{7}x + \frac{25}{49}$

230 Z = $-12x + 4x^2 + 9$

231 A = $27x^2 - 12 + 5(3x+2)$

232 B = $(x+3)(2x-1) - 2(x+3)$

233 C = $(2x+1)^2 - 4(2x+1)$

234 D = $(5y+7)^2 + (5y+7)(y-8)$

235 E = $4c^2 - \frac{49}{121}$

236 F = $16m^2 - 40m + 25$

237 G = $p^2 - 16p + 64$

238 H = $b^2 + 14b + 49$

239 I = $6t^2 + 21t$

240 J = $21x + 28y$

241 K = $12x - 27$

242 L = $a^2 + 12a + 36$

243 M = $9y^2 + 24y + 16$

244 N = $h^2 - 6h + 9$

245 O = $k^2 - 144$

246 P = $64d^2 - 81$

247 Q = $(3x+1)(2x-3) + 6x + 2$

248 R = $21x - 15$

249 S = $b^2 + 8b + 16$

250 T = $4a^2 - 49$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

251 U = $15k^2 + 27k$

252 V = $9y^2 + 6y + 1$

253 W = $p^2 + 14p + 49$

254 X = $64h^2 - 48h + 9$

255 Y = $xy + 2xt + 7y + 14t$

256 Z = $ab + 3a + bc + 3c$

257 A = $12xy + 15xt - 21yt$

258 B = $24t - 16k$

259 C = $15a + 12b$

260 D = $36x - 27y$

261 E = $28t + 8$

262 F = $7abc + 5ac$

263 G = $5xy - 3xz$

264 H = $21t - 12$

265 I = $12x + 4y$

266 J = $7a - 14b$

267 K = $3x + 3y$

268 L = $\frac{9}{49}x^2 + \frac{16}{7}$

269 M = $0{,}5x^2 - 1{,}5x^3$

270 N = $(x - 3)(2x + 3) - x + 3$

271 O = $(2x - 3)^2 - 4$

272 P = $x^2 - 3$

273 Q = $9x^2 + 6x\sqrt{2} + 2 - (x - 3)(3x + \sqrt{2})$

274 R = $2(3x - 7) + 5x(3x - 7)$

275 S = $(5x - 3)^2 - (2x + 1)^2$

276 T = $4x^2 - 25 + (2x - 5)(3x + 1)$

277 U = $\sqrt{2}x - \sqrt{10}$

278 V = $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2$

279 W = $16x^2 - 25 + (2 - 3x)(4x + 5)$

280 X = $-(-9x + 10)(4x - 3) - (4x - 3)$

281 Y = $64x^2 - 36$

282 Z = $-(7x + 4)(-5x + 9) + (-5x + 9)^2$

283 A = $36x^2 - 1 + (8x + 1)(6x + 1)$

284 B = $(-7x - 9)^2 - 49$

285 C = $(-9x + 1)^2 + (-9x + 1)(-5x + 7)$

286 D = $(8x - 3)(-7x - 7) + (-7x - 7)^2$

287 A = $(x + 1)^2 - 4$

288 B = $(x + 2)^2 - 9$

289 C = $(2x + 1)^2 - 25$

290 D = $16 - (3x + 2)^2$

291 E = $36 - (4 - 3x)^2$

292 F = $(x + 1)^2 - (2x + 3)^2$

293 G = $(2x - 1)^2 - (5 + x)^2$

294 H = $(4x - 1)^2 - (3x + 4)^2$

295 I = $(3x - 4)^2 - (6x + 1)^2$

296 J = $(x + 6)^2 - (3x - 1)^2$

297 K = $(x + 2)(3x - 1) + x^2 - 4$

298 L = $(x + 4)(2x - 1) + x^2 - 16$

299 M = $(x - 3)(x + 1) - (x^2 - 9)$

300 N = $(2x + 1)(x - 2) - (x^2 - 4)$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

301 $O = 25 - x^2 - (x - 5)(2x + 3)$

302 $P = x^2 + 10x + 25$

303 $Q = x^2 + 6x + 9$

304 $R = 4x^2 - 20x + 25$

305 $S = 100 - 40x + 4x^2$

306 $T = 4x^2 - 9$

307 $U = 4 - 64x^2$

308 $V = 49x^2 - 36$

309 $W = 36x^2 - 12x + 1$

310 $X = 36 + 12x + x^2$

311 $Y = 4x^2 + 12x + 9$

312 $Z = 9 - 6x + x^2$

313 $A = 3x^2 + x$

314 $B = 3x + 6$

315 $C = x^5 + x^4$

316 $D = 3xy - x^2$

317 $E = 5a^2 - 5b^2$

318 $F = a(a + b) - a$

319 $G = 2a - 4b$

320 $H = 3a + 3b$

321 $I = ab^3 - a^5b^4$

322 $J = ab^7 - a^3b^2$

323 $K = a^3b - ab^3$

324 $L = 4a^2 - 9b^2$

325 $M = 15x^2 - 25x^4$

326 $N = 12x^4y^2 - 18x^3y^5$

327 $O = 24a^5b^2 - 32a^4b^8 + 36a^3b^5$

328 $P = 42y^5 - 49y^2$

329 $Q = 22x^9y^4 + 18x^4y^6$

330 $R = 36x^7y^4 - 45x^{11}y^7 + 63x^9y^3$

331 $S = 105^2 - 95^2$

332 $T = 93^2 - 107^2$

333 $V = 101^2 - 99^2$

334 $W = 13(x + 2) + 5(x + 2)$

335 $X = 7 \times (3x + 1) - 10x(3x + 1)$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Chapitre 4

Sommaire du chapitre 4

1. Puissance d'un nombre réel 60
2. Propriétés des puissances 61
3. Les puissances de 10 63
4. Écriture scientifique 64

Activité 1

1. Calculer les puissances suivantes :
   ➤ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ ➤ $(-5)^4$ ➤ $\left(\frac{2}{3}\right)^1$ ➤ $(-54.7)^0$ ➤ 1^{12} ➤ 0^{12} ➤ $(-1)^4$ ➤ $(-1)^7$ ➤ -1^4 ➤ -1^7
2. Calculer puissances suivantes :
   ➤ 5^{-2} ➤ 1^{-12} ➤ 10^{-3} ➤ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ ➤ $(-5)^{-4}$ ➤ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

1. PUISSANCE D'UN NOMBRE RÉEL

Définition 1

Soit a un nombre quelconque et m un entier naturel non nul. On note a^m le nombre défini par :

$$a^m = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m \text{ fois}}$$

- Le nombre a^m est le produit du nombre a par lui-même et m fois.
- Le nombre a^m se lit « a puissance m » ou « a exposant m ».
- Par convention on admet que $a^0 = 1$

Remarque.

- Le nombre a^2 se lit aussi « a au carré », et le nombre a^3 se lit aussi « a au cube ».
- On a toujours $a^1 = a$ (donc si un nombre est écrit sans puissance, on considère qu'il est à la puissance **1**). a^{-n} est l'inverse de a^n

Exemple 1

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 \rightarrow$ (Écriture sous forme de produit)
- On a : $3^7 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{7 \text{ facteurs}}$.
- On a aussi $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{10}$ (le nombre de 5 qui se multiplient est 10).

Mise en garde

Il ne faudra pas confondre le nombre a^m avec le nombre $a \times m$.
Par exemple $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, alors que $2 \times 3 = 6$ (on voit bien que les résultats sont différents).

Exercice 1

Calculer les puissances suivantes :

➤ $a = (-4)^4$ ➤ $b = (3\sqrt{2})^2$ ➤ $c = (-\sqrt{2})^3$ ➤ $d = (\sqrt{2})^4$ ➤ $e = \left(\frac{-4}{5}\right)^2$ ➤ $f = \left(\frac{-4}{5}\right)^{-2}$

➤ $j = (2^2 + 3^{-2})^{-1}$ ➤ $h = \left[\left(\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^{-1} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2\right)^{-2}\right]$

Activité 2 Simplifier les expressions suivantes :

➤ $(\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})$ ➤ $(\sqrt{3})^{-3} \times (\sqrt{3})^5$ ➤ $(\sqrt{3})^2 \times 5^2$ ➤ $((\sqrt{3})^2)^3$ ➤ $\frac{(\sqrt{3})^5}{(\sqrt{3})^3}$

2. PROPRIÉTÉS DES PUISSANCES

Les puissances possèdent des propriétés très spécifiques permettant des calculs rapides.

Règle N° : 1 (Produit de deux puissances)

$$\underbrace{a^m \times a^p}_{\text{C'est le même nombre } a} = \underbrace{a^{m+p}}_{\text{On additionne les puissances}}$$

Exemple 1

Calculons les nombres $x = 3^4 \times 3^2$ et $y = 7^3 \times 7^2$ en donnant les résultats sous forme de puissances.
La règle nous donne directement :

$$x = 3^4 \times 3^2 = \underbrace{3^{4+2}}_{\text{On additionne les pui ssances}} = 3^6$$

et de même : $y = 7^3 \times 7^2 = 7^{3+2} = 7^5$

Règle N° : 2 (Quotient de deux puissances)

$$\underbrace{\frac{a^m}{a^p}}_{\text{C'est le même nombre a}} = \underbrace{a^{m-p}}_{\text{On soustrait les puissances}}$$

Exemple 2

Calculons les nombres $x = \frac{5^8}{5^6}$ et $y = \frac{3^{14}}{3^8}$ en donnant les résultats sous forme de puissances.
On applique directement la règle qui nous donne :

$$x = \frac{5^8}{5^6} = \underbrace{5^{8-6}}_{\text{On soustrait les puissances}} = 5^2$$

et de même $y = \frac{3^{14}}{3^8} = 3^{14-8} = 3^6$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Application 1

Simplifier les expressions suivantes ➤ $(\sqrt{7})^{-13} \times (\sqrt{7})^{65}$ ➤ $(\sqrt{3})^{6} \times (\sqrt{3})^{-5} \times (\sqrt{3})$

Application 2

Simplifier les expressions suivantes :

➤ $a = (-4)^3 \times (-4)^{12}$ ➤ $b = 5^6 \times \left(\sqrt{2}\right)^6$ ➤ $c = \dfrac{\left(-\sqrt{2}\right)^3}{\left(-\sqrt{2}\right)^{-8}}$ ➤ $d = \left(\sqrt{2^5}\right)^{-2}$

➤ $e = 5^{-3} \times 3 \times \left(5^2\right)^7 \times 9^5$ ➤ $f = \dfrac{(-21)^3 \times 5}{35^3 \times 3}$ ➤ $j = \dfrac{a^2\, b\, \left(a^{-1} \times b^2\right)^{-3}}{a\, \left(a^2 \times b\right)^5\, \left(b^2\right)^{-1}}$

✿ Règle N° : 3 (Puissance d'une puissance)

$$\underbrace{(a^m)^p}_{\text{On élève une puissance à une autre puissance}} = \underbrace{a^{m\times p}}_{\text{On multiplie les puissances}}$$

Exemple 3

Calculons les nombres $x = \left(2^3\right)^4$ et $y = \left(5^2\right)^3$ en donnant les résultats sous forme de puissances.
La règle conduit à :

$$x = \left(2^3\right)^4 = \underbrace{2^{3\times 4}}_{\text{On multiplie les puisssances}} = 2^{12}$$

et de même $y = \left(5^2\right)^3 = 5^{2\times 3} = 5^6$.

✿ Règle N° : 4 (Puissance d'un produit)

$$\underbrace{(a \times b)^m}_{\text{On élève un produit à une puissance}} = \underbrace{a^m \times b^m}_{\text{On distribue les puissances}}$$

Exemple 4

On peut écrire : $6^4 = \underbrace{(2 \times 3)^4}_{\text{car } 6=2\times 3} = \underbrace{2^4 \times 3^4}_{\text{En appliquant la règle}}$

✿ Règle N° : 5 (Puissance d'un quotient)

$$\underbrace{\frac{a}{b}}_{\text{On élève un quotient à une puissance}} = \underbrace{\frac{a^m}{b^m}}_{\text{On distribue les puissances}}$$

Exemple 5

On peut écrire : $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5 = \underbrace{\dfrac{2^5}{3^5}}_{\text{En appliquant la règle}}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Application 3

1. Déterminer l'entier **n** tel que $3^{2n+8} \times 9^n = 81$
2. Calculer mentalement : $a = 4^{245} \times \left(3\sqrt{341,5}\right)^0 \times (0,25)^{245}$

Activité 3

1. Calculer les puissances suivantes :
   10^5 ; 10^4 ; 10^{-2} ; 10^{-3} ; 10^n ; 10^{-n}
2. Écrire les nombres suivantes sous forme de $10^n \times a$ tel que **n** est un entier naturel, et a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$:
   200000 ; **250000000** ; **0.00003** ; **0.00043**

3. LES PUISSANCES DE 10

Les puissances de **10** possèdent des propriétés particulières que nous récapitulons dans le tableau ci-dessous.
Soit m un entier naturel non nul.

Règle N° : 1 (Écriture décimale de 10^m)

$$10^m = 1\underbrace{000\cdots0}_{m \text{ zéros}}$$

Remarque. Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^m. Par exemple :
$10^2 = 1\underbrace{00}_{2 \text{ zéros}}$; $10^3 = 1\underbrace{000}_{3 \text{ zéros}}$; $10^6 = 1\underbrace{000000}_{6 \text{ zéros}}$

Règle N° : 2 (Écriture décimale de 10^{-m})

$10^{-m} = \dfrac{1}{10^m} = 0,\underbrace{000\cdots01}_{m \text{ chiffres}}$ (il y a au total m zéros avant le 1)

Remarque. Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^{-m}. Par exemple :

$10^{-1} = 0,\underbrace{1}_{1 \text{ chiffre}}$; $10^{-2} = 0,\underbrace{01}_{2 \text{ chiffres}}$

$10^{-4} = 0,\underbrace{0001}_{4 \text{ chiffres}}$; $10^{-6} = 0,\underbrace{000001}_{6 \text{ chiffres}}$.

Règle N° : 3 (Effet de la multiplication d'un nombre decimal par 10^m)

Pour multiplier un nombre décimal par 10^m, il suffit de décaler sa virgule de m chiffres vers la droite et à la fin de la partie décimale, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

Exemple 1

$1,562 \times 10^2 = \underbrace{156,2}_{\text{On a décalé la virgule de 2 chiffres à droite}}$

$0,00025 \times 10^6 = 250$; $12 \times 10^3 = 12000$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Règle N° : 4 (Effet de la multiplication d'un nombre decimal par 10^{-m})

Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-m}, il suffit de décaler sa virgule de m chiffres vers la gauche et en début de la partie entière, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

Exemple 2

$154{,}3 \times 10^{-2} = \underbrace{1{,}543}_{\text{On a décalé la virgule de } \mathbf{2} \text{ chiffres à gauche}}$

$0{,}00025 \times 10^{6} = 250$; $15 \times 10^{-5} = 0{,}00015$

Application 4

Donner l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

① $x = 10^{8}$ ② $y = 10^{-4}$ ③ $z = 0{,}038 \times 10^{5}$ ④ $t = 5400 \times 10^{-3}$.

4. ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

Un des objectifs de ce chapitre est de savoir mettre un nombre décimal positif en écriture scientifique.

Théorème 4.4.1. Tout nombre décimal positif x peut s'écrire de façon unique sous la forme $x = a \times 10^{m}$ où m est un entier et a un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$.

Définition 2

L'écriture $x = a \times 10^{m}$ s'appelle écriture scientifique du nombre décimal x.

Remarque. L'écriture scientifique ne doit comporter qu'un seul chiffre non nul (c'est-à-dire pas zéro) avant la virgule. Donc il y a une seule position possible pour la virgule (après le premier chiffre différent de zéro en partant de la gauche).

☞ Positionnement de la virgule :

- Pour mettre **0,0345** en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le **3**.
- Pour mettre **254** en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le **2**.

Application 5

Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

➤ $a = 2360000$ ➤ $b = 0{,}00023$ ➤ $c = -659 \times 10^{5}$

➤ $d = 56 \times 10^{-5} \times 0{,}3 \times 10^{7}$ ➤ $e = 2{,}4 \times 10^{5} + 1{,}5 \times 10^{4}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 1

Les puissances

Exercice 1

1) Donner les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance :

➤ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ➤ $7 \times 7 \times 7$ ➤ $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$ ➤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$

2) Calculer sans calculatrice :

➤ 2^3 ➤ $(-3)^2$ ➤ 3^4 ➤ $(-2)^5$ ➤ $(-1)^{11}$ ➤ $(-1)^{20}$

3) Écrire les puissances suivantes sous forme de fractions :

➤ 2^{-1} ➤ 2^{-2} ➤ 2^{-3} ➤ 2^{-4} ➤ 5^{-1} ➤ 5^{-2} ➤ 5^{-3} ➤ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$ ➤ $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2$ ➤ $\left(-\dfrac{2}{5}\right)^3$

4) Écrire les produits ou les quotients suivants sous forme d'une seule puissance :

➤ $\sqrt{3}^7 \times \sqrt{3}^2$ ➤ $3^5 \times 3^{-2}$ ➤ 3×3^{-4} ➤ $3^5 \times 3^7 \times 3^{-8}$ ➤ $(-5)^3 \times (-5)^2$

➤ $\dfrac{6}{6^4}$ ➤ $\dfrac{7^5}{7^2}$ ➤ $2^3 \times 3^3$ ➤ $3^4 \times 2^4$ ➤ $\dfrac{2^5}{2^{-3}}$ ➤ $\dfrac{5^3}{5^7}$ ➤ $2^3 \times 5^3$

Exercice 2

Calculer les nombres suivants :

➤ $A = 11 - 3^2$ ➤ $B = -2^4$ ➤ $C = 3 + 2^{-2}$ ➤ $D = \dfrac{7^2}{2}$ ➤ $E = -3^2 + 5 \times 2^3$

Exercice 3

Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de dix :

➤ 10 000 ➤ 1000 000 ➤ −1000 000 000 ➤ 10 ➤ 1

➤ 0,01 ➤ 0,000 0001 ➤ 0,0001 ➤ −0,1 ➤ 0,000 000 000 001

Exercice 4

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10 :

➤ $10^2 \times 10^3$ ➤ $10^5 \times 10^5$ ➤ 10×10^7 ➤ $10^2 \times 10^0 \times 10^4$ ➤ $10^7 \times 10^{-5}\ 10^{-6} \times 10^2$

➤ $10^{-11} \times 10^{36}$ ➤ $10^{-15} \times 10^{-16}$ ➤ $10^3 \times 10^8$ ➤ $10^7 \times 10^{-3} \times 10^4$ ➤ $10^{-5} \times 10^3 \times 10^2$

➤ $10^5 \times 10^{-12} \times 10^{-4}$ ➤ $\dfrac{100\,000}{100}$ ➤ $\dfrac{1000}{10\,000}$ ➤ $\dfrac{10\,000}{10}$ ➤ $\dfrac{10^5}{10^3}$ ➤ $\dfrac{10^2}{10^4}$ ➤ $\dfrac{10^1}{10^5}$ ➤ $\dfrac{10^9}{10^4}$

➤ $\dfrac{10^{-8}}{10^3}$ ➤ $\dfrac{10^{11}}{10^{-5}}$ ➤ $\dfrac{10^{-6}}{10^6}$ ➤ $\dfrac{100\,000}{0{,}001}$ ➤ $\dfrac{0{,}000\,01}{0{,}01}$ ➤ $\dfrac{10^7 \times 10^{-3}}{10^2}$

➤ $\dfrac{10^5}{10^8 \times 10^{-2}}$ ➤ $\dfrac{10^{-3} \times 10^{-7}}{10^{-5} \times 10^{13}}$ ➤ $\dfrac{10^3 \times 10^{-15}}{10^7}$ ➤ $\dfrac{10^{-2}}{10^3 \times 10^8}$ ➤ $(10^2)^3$ ➤ $(10^5)^7$

➤ $(10^{-3})^4$ ➤ $(10^3)^{-4}$ ➤ $(10^{-5})^{-11}$ ➤ $(10^4)^0$ ➤ $(10^7)^{-4}$ ➤ $(10^{-6})^{-1}$

➤ $A = (10^3)^{-7} \times 10^{15}$ ➤ $B = 10^3 \times (10^{-2})^5 \times 10^{11}$ ➤ $C = \dfrac{10^5 \times 10^{-11}}{(10^2)^3}$ ➤ $D = \dfrac{10^{86} \times 10}{10^7 \times 10^{-63}}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants quand cela est possible. Vous ferez apparaître les détails de vos calculs.

- A = **1430000**
- B = **0,0000732**
- C = 2345×10^{-7}
- D = $\dfrac{10^{-5} \times 10^{-1}}{10^{-7}}$
- E = $\dfrac{(-5)^4 \times 7^3 \times 14^{-3}}{(-7)^2 \times (-2)^3 \times 5^3}$
- F = $1^0 + 2^0 + 3 - 4^1$
- G = $\dfrac{96 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-6}}$
- H = $\dfrac{3{,}2 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^2)^3}{4 \times 10^{-2}}$
- I = $10^2 + 10^3 + 10^{-1}$
- J = $\dfrac{6 \times 10^{-7} \times 15 \times 10^{11}}{8 \times (10^2)^4}$

Exercice 6

Le soleil pèse $19587 \times 10^{26}\ kg$.
Un être humain pèse $50\ kg$ en moyenne.
Il y a **6** milliards d'êtres humains sur terre.
Combien de fois le soleil est-il plus lourd que le poids total de tous les êtres humains ?

Exercice 7

Quel est l'ordre de grandeur du nombre de secondes écoulées pendant **2007** années ? Vous expliquerez comment vous obtenez votre résultat. **1** année = **365,25** jours.

1. Donner l'écriture décimale des nombres suivants :
   - $34{,}5 \times 10^3$
   - $8319{,}7 \times 10^{-2}$
   - 712×10^{-7}
   - 1315×10^4
2. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :
   - **349**
   - **0,0712**
   - **2005**
   - **1 012,57**
   - **0,000 205**
   - **0,043**
   - **873 469**
3. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :
   - A = 270×10^{-5}
   - B = 73×10^{-2}
   - C = 29×10^{-3}
   - D = $0{,}000805 \times 10^2$
4. Calculer, en utilisant les notations scientifiques de chaque facteur :
   - $11\,000 \times 400$
   - $6000 \times 800\,000$
   - $0{,}005 \times 0{,}000\,012$
   - $2\,500\,000 \times 0{,}0002$
   - 28×10^{-4}
   - $4{,}2 \times 10^3 \times 0{,}05$
   - $0{,}02 \times 10^8 \times 4{,}07$
   - $3{,}78 \times 10^6$

Exercice 8

Simplifier ce qui suit :

- A = $\left(\dfrac{2^{-1}}{3}\right)^3$
- B = $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{-4} \times \left(\dfrac{1}{7}\right)^4$
- C = $\left((-2)^2\right)^3$
- D = $\left(-2^2\right)^3$
- E = $\left(\dfrac{3}{5}\right)^7 \times \left(\dfrac{5}{3}\right)^{17} \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^{10}$
- $\left(\dfrac{1}{3}\right)^5 \times \left(\dfrac{1}{27}\right)^3$

Exercice 9

Soit a et b deux réels non nuls. Simplifier le nombre A :

- A = $\dfrac{ab^{-2}\left(a^{-1}b^2\right)^3 a^{-2}b^3}{a^{-2}\left(a^2b^{-1}\right)^2\left(a^3b^2\right)}$

Exercice 10

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

- **123 000**
- **0,000 034**
- **−0,000 024**
- $24\,000.10^{-9} \times 0{,}072.10^{15}$
- $\dfrac{820000 \times 0{,}000\,0062}{5000 \times 3.10^3}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 11

Écrire sous forme 10^n :

➤ $A = 10^{-8} \times 10^4 \times 10^5$ ➤ $B = (10^{-2})^3 \times (10^3)^4$ ➤ $C = \dfrac{10^4 \times 10^{-1} \times 10^{-5}}{10^{-7} \times 10^6 \times 10^{-3}}$

➤ $D = \dfrac{(10^{-5})^6}{(10^4)^{-8}}$ ➤ $E = \dfrac{\frac{10^4}{10^{-5}}}{\frac{10^{-3}}{10^2}}$

Exercice 12

Déterminer le nombre entier n tel que : $\dfrac{9^{n-2} \times 3^{2n+2}}{27^{n+3}} = 81$

Exercice 13

1) Calculer les puissances suivantes :

➤ $(-10)^4$ ➤ 10^5 ➤ 2015^0 ➤ $(-5{,}1)^2$ ➤ $(2{,}5)^2$ ➤ $(-3)^3$

2) Réduire les expressions suivantes tel que a et b deux nombres rationnels :

➤ $A = a^5 \times (a^2 \times a)$ ➤ $B = a^3 \times (a^3)^4$ ➤ $C = a^{11} \times (b^5)^2 \times b$

➤ $D = (a^2 \times a^7)^2 \times (a^2)^5$ ➤ $E = \left[(a^4)^3\right]^2 \times \left[(a^2)^5\right]^3$

Exercice 14

1) Calculer :

a) $A = -2^3 + 10^4 \times 10^{-2} + (-4)^2$

b) $B = \left[\left(\dfrac{2}{25}\right)^2 - \left(\dfrac{5}{2}\right)^{-4}\right]^{-1}$

2) Calculer C et donner le résultat en écriture scientifique : $C = 26{,}7 \times (10^{-4})^2 \times 5 \times 10^3$

Exercice 15

1) Calculer : $A = \dfrac{2^{-2}}{2^{-1}} - \dfrac{3^2}{4} - (1 - 8^{-1})^{-1}$

2) Écrire B sous forme d'une puissance de **10** : $B = 2^{17} \times 4^{-13} \times 5^{17} \times (2{,}5)^{-13}$

3) Simplifier C : $C = \dfrac{(a^{-2}b^4)^2 \times c}{a^{-2}(b^4c)^{-1}}$

4) Soit $D = \dfrac{4{,}5 \times (10^{-4})^3 \times 26 \times 10^{-5}}{1{,}8 \times (10^{-2})^2}$. Donner l'écriture scientifique de D.

Exercice 16

1) Simplifier :

a) $A = \left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(-\dfrac{4}{25}\right)^{-3} \times \left(-\dfrac{5}{2}\right)^{-3}$

b) $B = (a^{-4}b^{-1}c^2)^{-3} \times \left[(a^{-2})^3 \times b^{-1}\right]^{-1}$

2) Donner l'écriture scientifique de C : $C = \dfrac{12 \times 10^{-46} - 0{,}003 \times 10^{-43}}{0{,}3 \times 10^{-12}}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 2
Les puissances

Exercice 1
Calculer ce qui suit :
- $(-10)^{-2}$
- 4^{-1}
- $(-2013)^{0}$
- $(-2)^{3}$
- $(-1)^{2012}$
- 1^{2010}
- $\left(\frac{-5}{7}\right)^{-3}$
- $(-1)^{2000}+(-1)^{2001}$

Exercice 2
x et y deux nombres réels. Simplifier ce qui suit :

1) $A = x^{3}\times x^{-2}\times x^{-10}$
2) $B = \left(x^{-2}\right)^{4}\times\left(x^{-3}\right)^{-7}$
3) $C = \left(\frac{3}{4}\right)^{-5}\times\left(\frac{4}{3}\right)^{-10}$
4) $D = \frac{8^{5}}{100\,000^{3}}$

Exercice 3
a et b deux nombres réels non nuls. Simplifier ce qui suit :

1) $A = \frac{a^{-4}b^{-2}\times ab^{-5}}{a^{-3}\cdot b^{2}\cdot a^{5}\cdot b}$
2) $B = \left(a^{-3}\cdot b^{2}\cdot c^{-5}\right)^{3}\left(\left(a^{4}\right)^{2}\times b^{-3}\right)^{-3}$

Exercice 4
Simplifier les expressions suivantes :

1) $A = 6\times10^{-5}+6\times10^{-3}$
2) $B = \left(\frac{2}{3}\right)^{3}\times27\times\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

Exercice 5
Calculer les expressions suivantes :

1) $A = 21\times10^{-4}-1{,}1\times10^{-5}-0{,}001$
2) $B = 5\times10^{-2}+3\times10^{-3}$
3) $C = 603\times10^{-2}-12\times10^{-5}$

Exercice 6
Simplifier le nombre K, puis calculer sa valeur pour $a = 0{,}01$ et $b = 1000$.

- $k = \frac{ab^{-2}\left(a^{-1}\cdot b^{2}\right)^{3}\cdot a^{-2}\cdot b^{3}}{a^{-2}\left(a^{2}\cdot b^{-1}\right)^{2}\left(a^{3}\cdot b^{2}\right)}$

Exercice 7
On considère le nombre A tels que : $A = \frac{0{,}005\times0{,}0036\times10^{-10}}{0{,}003\times0{,}00005\times10^{-2}}$

1) Simplifier A.
2) Déduire l'écriture scientifique de A.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 8

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

1. $A = 50\,000$
2. $B = 750\,000$
3. $C = 0{,}0051$
4. $D = 0{,}000\,0078$
5. $E = 0{,}057 \times 10^{-2}$
6. $F = 505 \times 10^{-3} \times 0{,}001 \times 10^{3}$

Exercice 9

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

1. $A = 0{,}000\,000\,12$
2. $B = 150\,000\,000\,000$
3. $C = A^2$
4. $D = AB$

Exercice 10

1. Soit x un nombre réel non nul.

   Sachant que : $x + \dfrac{1}{x} = 7$ ➤ Calculer : $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

2. Montrer que :

   a) $1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^9 + 2^{10} = 2^{11} - 1$

   b) $2222222^2 + 3333333^2 = 5555555^2$

Exercice 11

Donner l'écriture scientifique :

1. $A = 11 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^6)^{-2}$
2. $B = 3 \times (10^{-3})^2 \times 41 \times 10^{-5} \times (10^{-2})^2$
3. $C = \dfrac{3{,}5 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^{6}}{5 \times 10^{7}}$
4. $D = 113 \times 10^{5} + 7{,}2 \times 10^{7}$
5. $E = 5 \times 10^{-2} + 0{,}025 \times 10^{-1} - 523 \times 10^{-5}$
6. $F = \dfrac{132 \times 10^{-3} + 7{,}2 \times 10^{4}}{2{,}5 \times 10^{-2}}$

Exercice 12

Soit $a \neq 0$; $b \neq 0$ et $c \neq 0$, calculer et simplifier :

1. $P = \dfrac{(-3)^5 \times 5^5}{15^2 \times 3^3}$
2. $N = \dfrac{a^4 \times (a^2 \times b^{-4})^5}{(ab^{-1})^6}$
3. $R = \dfrac{6{,}3 \times 10^{-4} \times 15 \times 10^{6}}{3^2 \times 10^2}$
4. $M = \dfrac{(a^3 \times b^{-2})^7 \times c^2}{(a^{-1} \times b^2)^3 \times (b^3 \times c^{-1})^{-2}}$

Exercice 13

La masse de l'atome d'hydrogène est $m = 17 \times 10^{-23} g$. Exprimer cette masse en Kg en utilisant l'écriture scientifique.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 3
Les puissances

Exercice 1

Calculer :

1) $3^3 - 2^2$
2) $\dfrac{7^{-5}}{7^{-7}} - 3 \times \dfrac{1}{2^{-4}}$
3) $\left(1 + 2^{-1}\right)^2$
4) $\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 \times \left(-\dfrac{3}{2}\right)^{-2}$
5) $\left(3^{-1} + 2^{-1}\right)^2$
6) $\left(-\dfrac{25}{9}\right)^{-1} \times \left(-\dfrac{4}{5}\right)^2$
7) $\left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + 4^{-1}\right]^{-2}$
8) $\left[\left(\dfrac{5}{3}\right)^{-2} \div \left(\dfrac{3}{5}\right)^2\right]^{10}$
9) $\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 - \left(-\dfrac{3}{2}\right)^{-2}$
10) $\left[\left(\dfrac{5}{3}\right)^{-2} + \left(\dfrac{3}{5}\right)^2\right]^{-1}$
11) $\left[\left(\dfrac{25}{9}\right)^{-1} - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2\right]^{-1}$

Exercice 2

1) a est un nombre réel non nul, simplifier :

a) $a^2 \times a \times a^{-4}$
b) $\left(a^{-2} \times a\right)^4 \times \left(a^5\right)^{-2}$
c) $\dfrac{a^2 \times a^3}{a^{-4}}$
d) $\dfrac{\left(a^2\right)^{-2} \times \left(a^3\right)^{-3}}{\left(a^2\right)^{-3}}$
e) $\left(a^2 \times a \times a^4\right)^{-5} \times \left(\left(a^4\right)^2 \times a\right)^4$
f) $\left(\dfrac{a^2 \times a^{-3}}{a^2}\right)^4 \times \left(\dfrac{a^2 \times a^{-3}}{a^2}\right)^4$

2) a , b sont deux nombres réels non nuls, simplifier :

a) $A = \dfrac{a^2 \times b}{b^2 \times a}$
b) $B = \dfrac{\left(b^3\right)^{-2} \times b^2 \times b^4}{\left(b^{-3} \times a^3\right)^{-2}}$
c) $C = \left(\dfrac{2a}{b}\right)^3 \times \left(\dfrac{a^3}{b^2}\right)^{-1} \times \left(\dfrac{a}{2b}\right)^{-3}$
d) $D = \dfrac{ab^{-4} \times \left(a^2b^{-1}\right)^3 \times a^{-2}b^3}{a^{-5} \times \left(ab^{-1}\right)^2 \times (ab)^3}$

Exercice 3

1) Simplifier :

a) $A = 10^{-7} + 10^{-3} + 10^{-1}$
b) $B = 5 \times 10^{-17} + 10^{-8} + 7 \times 10^{-20}$
c) $C = 9 \times 10^{-5} + 12 \times 10^{-3} + 24 \times 10^{-1}$
d) $D = 3 \times 10^{-25} + 2{,}5 \times 10^{-8} + 0{,}05 \times 10^{-3}$
e) $E = 7 \times 10^{-5} + 3 \times 10^{5} + 5 \times 10^{-1} + 10$

2) Écrire sous la forme d'une puissance de 10

a) $A = 16 \times 10^{-19} + 840 \times 10^{-10}$
b) $B = \dfrac{50 \times 10^{-7} + 1{,}5 \times 10^{-6} + 800 \times 10^{-8}}{0{,}25 \times 10^{12} + 85 \times 10^{10}}$

3) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

(a) $A = 24.345 \times 10^{-23}$
(b) $B = 0.0021 \times 10^{31}$
(c) $C = 312.005 \times 10^{-24}$
(d) $D = 17.301 \times 10^{27}$
(e) $E = \dfrac{A + C}{B + D}$
(f) $G = \dfrac{5 \times 10^{-16} + 1{,}5 \times 10^{-16} + 800 \times 10^{-18}}{0{,}25 \times 10^{12} + 85 \times 10^{10}}$

Exercice 4

a, b sont deux nombres réels non nuls :

On considère l'expression de H tel que : $H = \dfrac{ba^{-4} \times (a^{-3} \times b)^{-5}}{a^{11} \times (a \times b^2)^4 \times (b)^2}$

1. Montrer que : $H = a^{-4} \times b^{-14}$
2. Calculer la valeur de H pour $a = 2$ et $b = 10^{-2}$
3. Écrire le résultat trouvé sous forme d'écriture scientifique.

Exercice 5

a, b sont deux nombres réels non nuls :

On considère l'expression de A tel que : $A = \dfrac{b^{-2} \times a^3 \times (a^{-3} \times b^0)^{-5} \times a^{-4} \times b^{-3}}{a^{-2} \times b \times (a \times b^{-3})^{-4} \times a^{-3} \times b^{-3}}$

1. Simplifier A.
2. Calculer la valeur de A pour $a = 10^{-3}$ et $b = 10^2$.
3. Donner l'écriture scientifique de A.

Exercice 6

1. Calculer : $A = \left(\dfrac{3}{5}\right)^{-3} \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^2 \times \dfrac{2^{-5}}{5^{-2}}$
2. On pose $B = \dfrac{4 \times 300^2 \times (10^{-4})^{-2}}{(0{,}01)^{-3}}$
   (a) Montrer que : $B = 36 \times 10^6$
   (b) Donner l'écriture scientifique de B
3. Montrer que $28 \times 6^n - 6^{1+n}$ est un multiple de 11. (ou n est un entier naturel)

Exercice 7

Déterminer un entier naturel x dans les cas suivants :

1. $2 \times x^2 \times x^3 = 6250$
2. $7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} = 57 \times 7^{2x-3}$
3. $4\left(5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}\right) = 31 \times 20^x$
4. $\dfrac{9^{x-2} \times 3^{2x-2}}{27^{x+3}} = 9^2$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

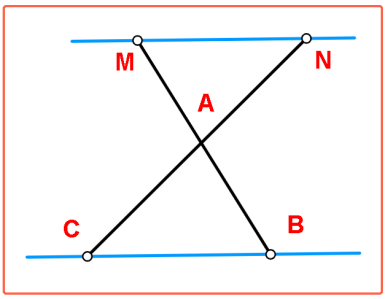
Chapitre 5

Sommaire du chapitre 5

1. Le théorème de Thalès direct 72
2. La réciproque du théorème de Thalès 74

Activité 1

1. Trace un triangle ABC.
   - ☆ Place un point M sur la droite (AB), n'appartenant pas à la demi-droite [AB).
   - ☆ Construis la parallèle à la droite (BC), passant par M. Elle coupe la droite (AC) en N.
2. Mesure les segments **AN**, **AM**, **AB**, **AC**, **MN** et **BC**.
3. Compare les quotients : $\frac{AB}{AM}$, $\frac{AC}{AN}$ et $\frac{BC}{MN}$
4. Construis une figure similaire avec d'autres dimensions. Calcule à nouveau les quotients de la question **3**. Que peux-tu conjecturer ?

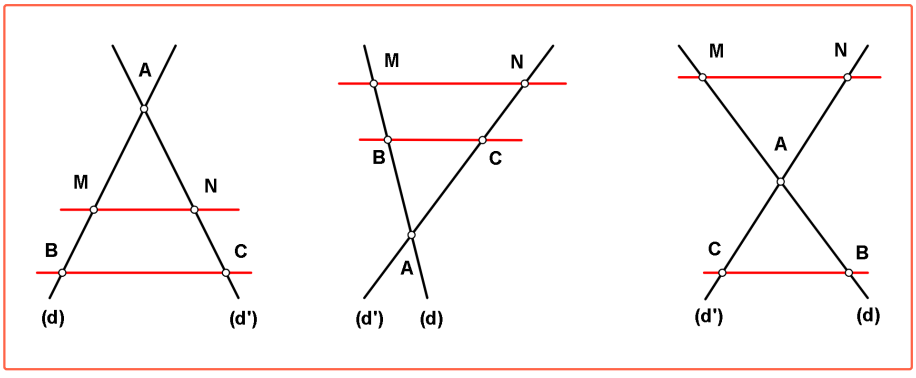


1. LE THÉORÈME DE THALÈS DIRECT

1.1. Énoncé du théorème

Théorème 5.1.1. Soient deux droites **(d)** et $(\mathbf{d'})$ sécantes en A.
B et M sont deux points de **(d)** distincts de A.
C et **N** sont deux points de $(\mathbf{d'})$ distincts de **A**.
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Trois configurations illustrent ce théorème



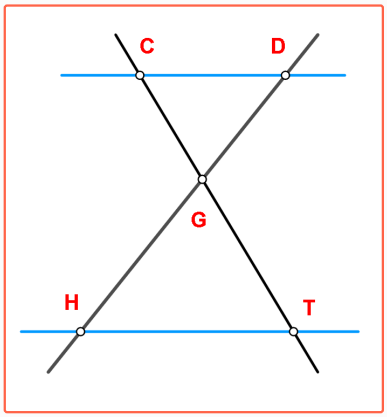
Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

1.2. Calculs d'une longueur

Exemple 1

La figure ci-dessous est composée de quatre droites. Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

DG = **25 mm** ; GH = **45 mm** ; CG = **20 mm** et HT = **27 mm**



☆ On calcule GT et CD :

D'après le théorème de Thalès, on a donc

$\frac{GC}{GT} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$ soit $\frac{\mathbf{20}}{GT} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{45}} = \frac{CD}{\mathbf{47}}$

☆ Calcul de GT :

$\mathbf{25 \times GT = 45 \times 20}$ signifie que $GT = \frac{\mathbf{45 \times 20}}{\mathbf{25}}$

Donc GT = **36 mm**.

☆ Calcul de CD :

$\mathbf{25 \times 27 = 45 \times CD}$ signifie que $CD = \frac{\mathbf{25 \times 27}}{\mathbf{45}}$

Donc CD = **15 mm**.

Exercice 1

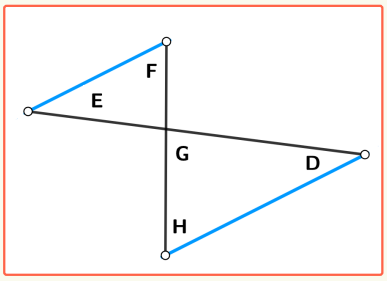
Les points F, G, H sont alignés et les points D, G, E également.

Les droites (EF) et (HD) sont parallèles.

On sait que : GH = **15cm** ; GF = **6 cm**

GD = **14,2 cm** et HD = **7,3 cm**

➤ Calculer les longueurs EF et EG.

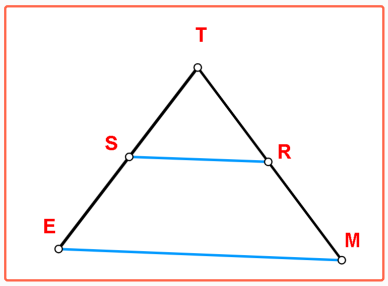


1.3. Montrer que deux droites ne sont pas parallèles

Exemple 2

Ci-dessous, les droites (ES) et (MR) sont en T

TR = **11 cm** ; TS = **8 cm** ; TM = **15 cm** et TE = **10 cm**



D'une part, $\frac{TR}{TM} = \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{15}} = \frac{\mathbf{22}}{\mathbf{30}}$,

D'autre part $\frac{TS}{TE} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{30}}$,

On constate que $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$.

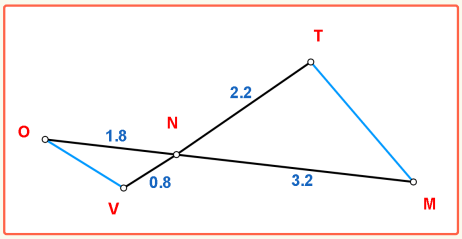
Or, si les droites (RS) et (ME) étaient parallèles, d'après le Théorème de Thalès, il y aurait égalité.

Comme ce n'est pas le cas, les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

Minicentre privé Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 2

Démontre que les droites (TM) et (OV) ne sont pas parallèles.



Activité 2 On suppose que :

- ☆ D'une part, les points **O, M** et A sont alignés ;
- ☆ D'autre part, les points **O, N** et **B** sont alignés dans le même ordre ;
- ☆ $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB}$ On appelle **K** le point d'intersection de **(OB)** et de la parallèle à (AB) passant par M.

1. Si M appartient à [OA], où se trouve le point **K** ? Fais un dessin.
   Et si M appartient à (OA) mais pas à [OA] ? Fais un dessin.
2. Dans quelle configuration peux-tu appliquer le théorème de Thalès ? Écris alors les égalités de quotients.

2. LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS

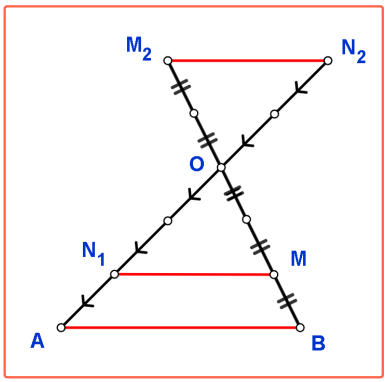
2.1. Énoncé du théorème

Théorème 5.2.1. Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les points A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont **parallèles**.

Attention

Il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports : il faut aussi s'assurer que les points sont bien placés dans le même ordre

Activité 3 On considère la figure ci-dessous.



1. Que valent les rapports $\frac{OM}{OB}$; $\frac{ON_1}{OA}$ et $\frac{ON_2}{OA}$?
2. Qu'en déduis-tu ?
3. Que dire des droites (MN_1) et (AB)**?** Justifie.
4. Que dire des droites (MN_2) et (AB)**?**
5. Comment comprends-tu le titre de cette activité ?

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

2.2. Montrer que deux droites sont parallèles

Exemple 1

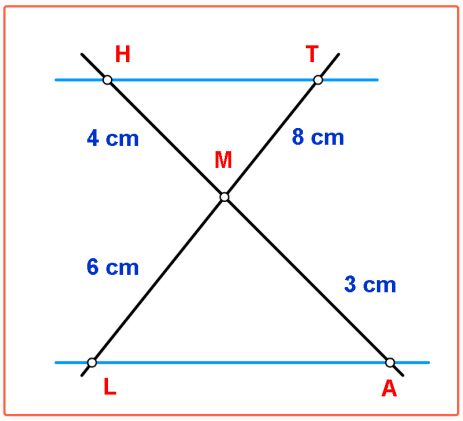
Ci-dessous, les droites (HA) et (TL) sont sécantes en M.

D'une part $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$.

D'autre part $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

On constate que $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$.

De plus les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre.

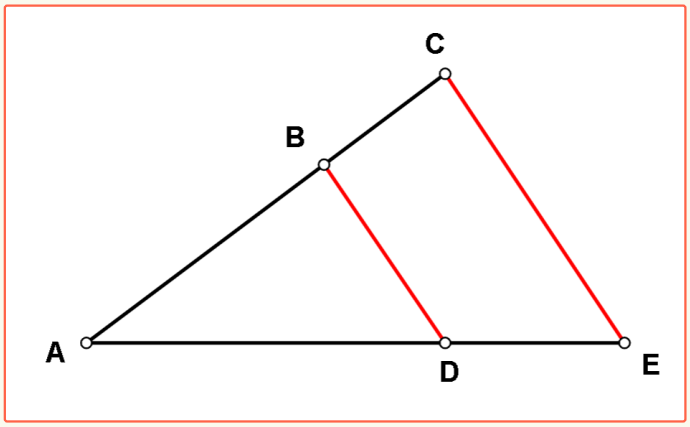


Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

Exercice 3

Sur la figure suivante :

- D ∈ [AE] et B ∈ [AC].
- AB = **6,3 cm** ; BC = **4,9 cm** ; AE = **16 cm** et DE = **7 cm**.



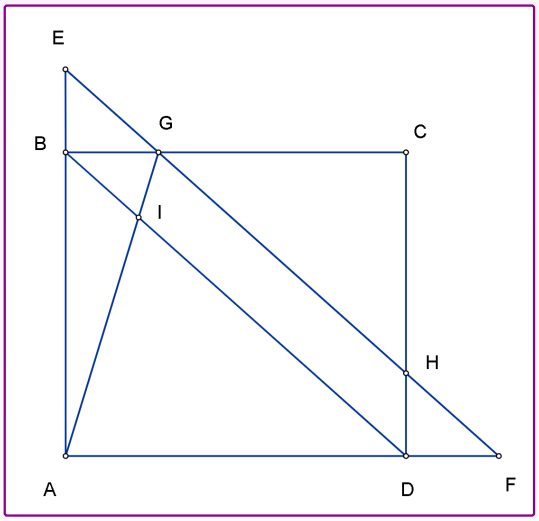
Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 1
Théorème de Thalès

Exercice 1

Selon la figure ci contre, compléter les pointillés :



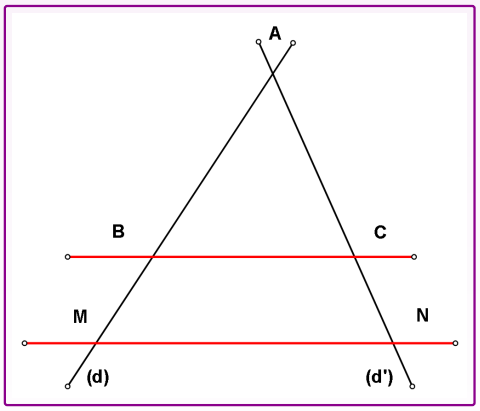
Exemple : $\frac{AB}{AE} = \frac{AI}{AG} = \frac{BI}{EG}$

- $\frac{AI}{AG} = \frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{FD}{FA} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{CB}{CG} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{HD}{HC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{GB}{GC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{IB}{ID} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{EG}{EF} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{EA}{EB} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\frac{AE}{AB} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{BD}$

Exercice 2

Sur la figure ci-dessous, les droites (BC) et (MN) sont parallèles. AB = **3 cm** ; AN = **4 cm** et AM = **7 cm**.

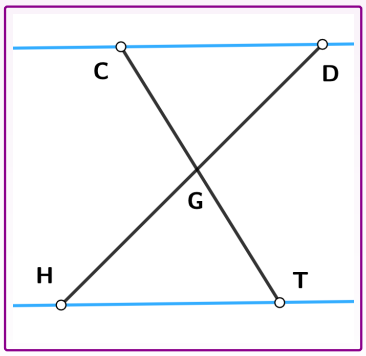
Calculer la longueur AC.



Exercice 3

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles. On donne DG = **25 mm** ; GH = **45 mm** ; CG = **20 mm** et HT = **27 mm**

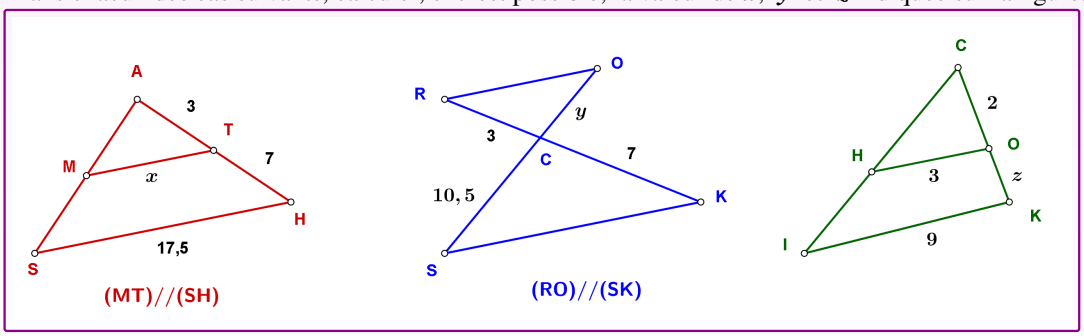
Calculer GT.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

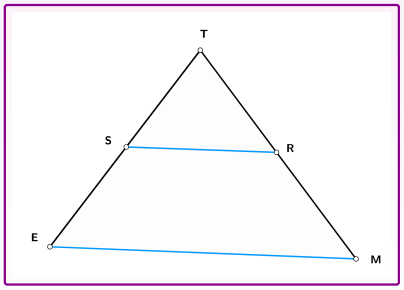
Exercice 4

Dans chacun des cas suivants, calculer, si c'est possible, la valeur de x, y et z indiquée sur la figure.



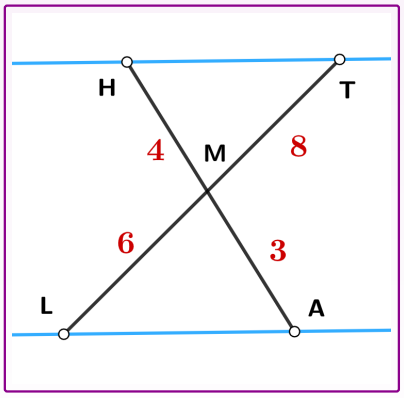
Exercice 5

Sur la figure ci-contre, TR = **11 cm** ; TS = **8 cm**.
TM = **15 cm** et TE = **10 cm**
Montrer que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



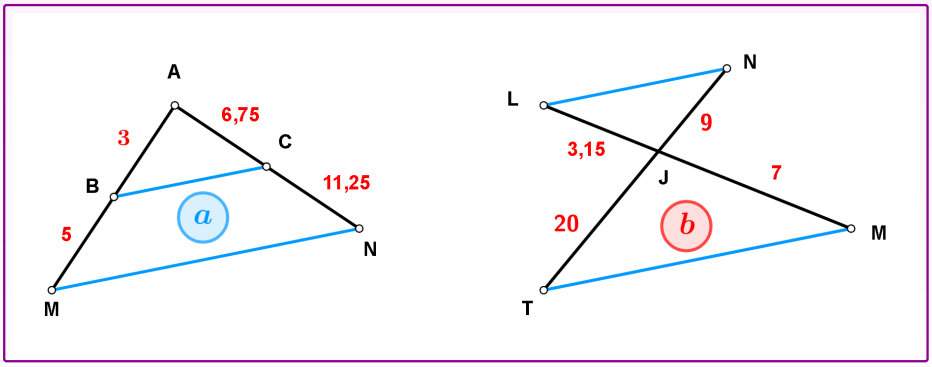
Exercice 6

Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



Exercice 7

Montrer que les droites bleues sur les figures ci-dessous sont parallèles.

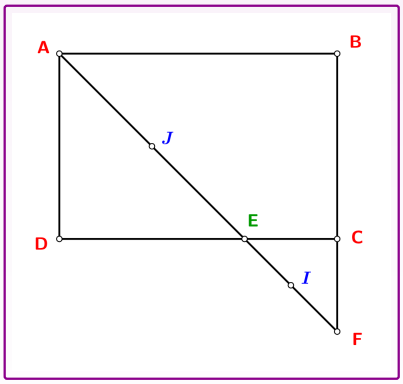


Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 8

ABCD est un rectangle tel que : AB = **5** et BC = **2**.
E est un point qui appartient au segment [CD] tel que CE = BC.
La droite (AE) coupe (BC) en F.

1. Comparer $\frac{AB}{CE}$ et $\frac{FB}{FC}$.
2. Déduire la valeur de FC.
3. Soit I un point de [EF] tel que EI = **1**.
   J un point de [AE] tel que EJ = **1,5**.
   ➤ Montrer que (DJ)//(CI).



Exercice 9

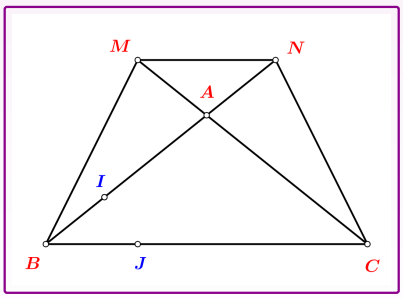
ABC triangle rectangle en B tel que : AC = **5** et BC = **4**. La médiatrice de [AB] coupe [AB] en M et [AC] en N.

1. Construire la figure.
2. Montrer que $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$.
3. Calculer la valeur de MN.
4. Soit E un point de [AC] tel que CE = **2** et F un point de [BC] tel que CF = **1,6**. ➤ Montrer que (EF)//(BA).

Exercice 10

MNCB est un trapèze tel que (BC)//(MN).
Soit A le point d'intersection de ses diagonales tel que :
BC = **6** ; AC = **4** ; AB = **3** et AM = **2**.

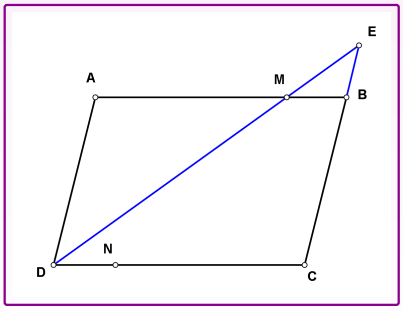
1. Calculer AN et MN.
2. Soit I point de [AB] tel que : BI = **1,5**
   et J point de [BC] tel que BJ = **2,5**.
   ➤ Les droites (IJ) et (AC) sont-elles parallèles ?
   Justifie ta réponse.



Exercice 11

ABCD est un parallélogramme tel que : AB = **8** et AD = **4,5**.
Soit E un point de [CB] tel que BE = **1,5**

1. Calcule la valeur de BM.
2. Montrer que : $\frac{ME}{MD} = \frac{1}{3}$.
3. Soit N un point de [CD] tel que : CN = **6**.
   ➤ Montrer que la droite (BN) est parallèle à la droite (DE).



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

ORDRES ET OPÉRATIONS

Chapitre 6

Sommaire du chapitre 6

1. Comparaison de deux nombres réels 79
2. Ordre et opérations 80
3. Encadrement 84

Activité 1

1 Compléter le tableau ci-dessous :

a	b	Comparer a et b	$a-b$	Signe de $a-b$
7	-10			
$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{3}$			
$\frac{\sqrt{8}}{7}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$			
$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$			

2 Que remarque-t-on ?

1. COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RÉELS

Notation et Définition

Symboles	Signification
$a < b$	a est strictement inférieur à b
$a > b$	a est strictement supérieur à b
$a \geqslant b$	a est supérieur ou égal à b
$a \leqslant b$	a est inférieur ou égal à b

Propriété 1

On peut connaitre l'ordre de deux nombres réels a et b en déterminant le signe de leur différence $a-b$

- ☆ Si $a-b$ est positif, alors $a > b$.
- ☆ Si $a-b$ est négatif, alors $a < b$.
- ☆ Si $a-b=0$ alors $a=b$

Exemple 1

Comparons $\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{2}$, on a : $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{6-5}{10}=\frac{1}{10}>0$, donc $\frac{3}{5}>\frac{1}{2}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 1

Comparer les nombres suivants :

☆ $\frac{15}{14}$ et $\frac{12}{7}$ ☆ $\sqrt{3}+5$ et $2\sqrt{3}-4$ ☆ $-3\sqrt{2}-1$ et $7+\sqrt{2}$

Activité 2

a, b et m sont des nombres réels tel que $a > b$

1. Calculer la différence de $a+m$ et $b+m$ déduis-en la comparaison de $a+m$ et $b+m$
2. Compare $a-m$ et $b-m$ en procédant de la même façon.
3. Énonce les règles que tu viens de démontrer.

2. ORDRE ET OPÉRATIONS

2.1. L'ordre et l'addition - L'ordre et la soustraction

Propriété 2

a, b et c désignent trois nombres réels.
En ajoutant (ou en retranchant) un même nombre réel aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens.

☆ si $a \leqslant b$ alors $a+c \leqslant b+c$

☆ si $a \leqslant b$ alors $a-c \leqslant b-c$

Exemple 1

☆ Comparons $3+\sqrt{5}$ et $1+\sqrt{5}$.
On a $1 \leq 3$ alors $1+\sqrt{5} \leq 3+\sqrt{5}$

☆ a et b deux nombres réels tel que : $a \leq b$ Comparons $a-2\sqrt{3}$ et $b-2\sqrt{3}$

Propriété 3

a, b et c désignent trois nombres réels.
En ajoutant membre à membre deux inégalités de même sens, on obtient une inégalité de même sens.
Si $a \leqslant b$ et $c \leqslant d$, alors $a+c \leqslant b+d$

Exemple 2

On prend $a \leq 5$ et $3 \geq b$. Démontrer que $a+b \leq 8$

Exercice 2

a et b deux nombres réels tel que : $a \geq -12$ et $b \leq 5$
Démontrer que :

☆ $b-7 \leq -2$ ☆ $b+\frac{3}{4} \leq \frac{23}{4}$ ☆ $b-a \leq 17$

☆ $a+\frac{1}{2} \geq \frac{-23}{2}$ ☆ $a-b \geq -17$ ☆ $b-a+3 \leq 20$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Activité 3

a et b deux nombres réels.
Soit k un nombre réel non nul,

1. Factoriser $k \times a$ et $k \times b$
2. Si k un nombre strictement positif, comparer $k \times a - k \times b$
3. Si k un nombre strictement négatif, comparer $k \times a - k \times b$

2.2. L'ordre et la multiplication

Multiplication par un nombre strictement positif

Propriété 4

Lorsqu'on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un nombre réel strictement positif, on obtient une inégalité de même sens.

1. Si $a \leqslant b$ et $x > 0$ alors : $ax \leqslant bx$
2. Si $a \leqslant b$ et $x > 0$ alors : $\frac{a}{X} \leqslant \frac{b}{x}$

Exemple 3

On a $-4 \leqslant -2$ et $0 < 2$, donc $(-4) \times 2 \leqslant (-2) \times 2$, d'où : $-8 \leqslant -4$

Multiplication par un nombre strictement négatif

Propriété 5

Lorsqu'on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un nombre réel **strictement négatif**, on obtient une inégalité **sens contraire**.

1. Si $a \geqslant b$ et $x < 0$ alors $ax \leqslant bx$
2. Si $a \leqslant b$ et $x < 0$ alors $xa \geqslant xb$

Exemple 4

On a $1 \leqslant 5$ et $-2 < 0$, donc $1 \times (-2) \geqslant 5 \times (-2)$, d'où : $-2 \geqslant -10$

Multiplication membre à membre

Propriété 6

En multipliant membre à membre deux inégalités de même sens et ne portant que sur des réels positifs ou nuls, on obtient une inégalité de même sens.
Si $0 \leqslant a \leqslant b$ et $0 \leqslant c \leqslant d$
Alors $0 \leqslant ac \leqslant bd$

Exemple 5

On a : $2 \leqslant a \leqslant 3$ et $1 \leqslant b \leqslant 5$, donc : $2 \times 1 \leqslant a \times b \leqslant 3 \times 5$, d'où : $2 \leqslant ab \leqslant 15$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Activité 4

① Compléter le tableau ci-dessous :					
a	b	$a \leq b$ ou $a \geq b$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$ ou $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$
-3	-4				
$\frac{-7}{3}$	$\frac{-3}{4}$				
$5\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$				

② Énoncer la propriété que tu viens de démonter

2.3. Rangement des inverses

Cas des réels strictement positifs

Propriété 7

Deux réels strictement positifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

Si $0 < a \leqslant b$, alors $\frac{1}{a} \geqslant \frac{1}{b}$

Exemple 6

① On a $2 \leq 4$ alors $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{4}$

② On a $\frac{1}{5\sqrt{2}} \geq \frac{1}{2\sqrt{5}}$ alors $5\sqrt{2} \leq 2\sqrt{5}$

Cas des réels strictement négatifs

Propriété 8

Deux réels strictement négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

Si $a \leqslant b < 0$ alors $\frac{1}{a} \geqslant \frac{1}{b}$

Exemple 7

On a : $-6 \leq -4$ alors $-\frac{1}{6} \geq -\frac{1}{4}$

Activité 5

A a et b deux nombres réels positifs.

① Démontrer que le signe de $a^2 - b^2$ est le même signe de $a - b$

② Démonter que si $a \leq b$ donc $a^2 \leq b^2$

B a et b sont deux réels négatifs.

① Démontrer que le signe de $a^2 - b^2$ est le signe contraire de $a - b$

② Démonter que si $a \leq b$ donc $a^2 \geq b^2$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

2.4. Rangement des carrés

Cas des réels positifs

Propriété 9

Deux réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.
Si $0 \leqslant a \leqslant b$ alors $a^2 \leqslant b^2$

Cas des réels négatifs

Propriété 10

Deux réels négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés.
Si $a \geqslant b \geqslant 0$ alors $a^2 \geqslant b^2$

Exemple 8

(1) comparons $2\sqrt{5}$ et $3\sqrt{2}$

(2) comparons $2\sqrt{2}$ et -3

2.5. Rangement des racines carrées

Cas des réels positifs et de leurs racines carrés

.

Propriété 11

Deux réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrés.
Si $0 \leqslant a \leqslant b$ alors $\sqrt{a} \leqslant \sqrt{b}$

Exercice 3

(1) a et b eux nombres réels tel que : $b \geqslant \sqrt{3}$ et $a \geqslant \frac{4}{3}$
Démontrer que :

- ☆ $\frac{1}{b} \leqslant \frac{1}{\sqrt{3}}$
- ☆ $b\sqrt{a} \geqslant 2$
- ☆ $\sqrt{a} \geqslant \frac{2}{\sqrt{3}}$
- ☆ $\frac{1}{a} \leqslant \frac{3}{4}$
- ☆ $b^2 \geqslant 3$
- ☆ $\frac{1}{a} \leqslant \frac{\sqrt{3}}{4}$

(2) Calculer a et b dans chaque cas :

(a) $a = 2\sqrt{7}$ et $b = 7$
(b) $a = 7\sqrt{5}$ et $b = \sqrt{7}$
(c) $a = -\sqrt{7}$ et $b = -\sqrt{5}$
(d) $a = 5 + 2\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$

Activité (6) Soient a, b, x, y, z et t des nombres réels tels que : $x \leqslant a \leqslant y$ et $z \leqslant b \leqslant t$

(1) Montrer que : $a + b \leqslant y + t$
Et $x + z \leqslant a + b$
(2) En déduire un encadrement de : $a + b$
(3) Démontrer que $-t \leqslant -b$
Et $-b \leqslant -Z$
(4) Déduire un encadrement de $-b$
(5) Déduire l'encadrement de $a - b$
(remarquer que $a - b = a + (-b)$)

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

3. ENCADREMENT

Deux nombres réels a et b encadrent le nombre rationnel x lorsque.

$$a \leq x \leq b \quad \text{ou} \quad a < x < b$$

3.1. L'encadrement et l'addition

Propriété 12

considérons deux réels x et y tels que : $a < x < b$ et $c < y < d$
La somme $x + y$ est alors encadrée par $a + c$ et $b + d$
On a : $a + c < x + y < b + d$
Il suffit d'additionner les bornes des encadrements de x et y pour obtenir un encadrement de $x + y$.

Exemple 1

x et y deux réels tel que $2 \leq x \leq 5$ et $-3 \leqslant y \leqslant -1$ encadrer $x + y$.

3.2. L'encadrement et la soustraction

Propriété 13

Pour encadrer le résultat d'une soustraction, on commence par la remplacer par une addition (soustraire c'est ajouter l'opposé) pour pouvoir appliquer la propriété précédente.
Considérons x, y, a, b, c et d des nombres réels tels que :
Si $a < x < b$ et $c < y < d$

$$a + (-d) < x + (-y) < b + (-c)$$
$$a - d < x - y < b - c$$

Exemple 2

1. x et y deux réels tel que $2 \leqslant x \leqslant 5$ et $1 \leqslant y \leqslant 6$ encadrer $x - y$.
2. a et b deux réels tel que $1 \leqslant a \leqslant 3$ et $-7 \leqslant b \leqslant -2$ encadrer $a - b$.

Exercice 4

x et y deux nombres réels tel que : $\frac{2}{5} \leqslant x \leqslant 1$ et $-\sqrt{5} \leqslant y \leqslant \frac{3}{2}$

Encadrer :

1. $x - \frac{6}{11}$
2. $y + \frac{3}{5}$
3. $x + y$
4. $x - y$
5. $2x - 3y$
6. $3x - 5y$

Activité 7

Soient a, b, x, z et t des nombres réels tels que :

$$(a > 0 \quad \text{et} \quad b > 0)$$
$$x \leqslant a \leqslant y \quad \text{et} \quad z \leqslant b \leqslant t$$

1. Montrer que : $a \times b \leq y \times t$ Et $x \times z \leqslant a \times b$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

2. En déduire l'encadrement de $a \times b$:

3. On considéré que $b < 0$
Montrer que : $a \times b \leqslant y \times z$ et $x \times t \leqslant a \times b$

➤ On considère que $a \neq 0$ et $x \neq 0$ et $y \neq 0$

4. Montrer que $\frac{1}{a} \leqslant \frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y} \leqslant \frac{1}{a}$

5. Déduire l'encadrement de a.

➤ On considère que $b \neq 0$ et $t \leqslant 0$ et $z \neq 0$

6. Donner l' encadrement de $\frac{1}{b}$

7. Déduire l'encadrement de $\frac{a}{b}$

3.3. L'encadrement et la multiplication

Propriété 14

Considérons deux nombres réels positifs x et y
tels que $0 < a < x < b$ et $0 < c < y < d$

Le produit xy est alors encadré par ac et bd, on a : $ac < xy < bd$.
Il suffit de multiplier les bornes des encadrements de x et y pour obtenir un encadrement de xy

Exemple 3

x et y deux réels tel que $2 \leq x \leq 5$ et $1 \leqslant y \leqslant 3$
Encadrer $x \times y$

Propriété 15

Considérons a et b deux nombres réels positifs, et c et d deux réels négatifs tel que :

$$0 < a < x < b \quad \text{et} \quad c < y < d < 0$$

Alors $bc < xy < ad$

Exemple 4

x et y deux réels tel que $3 \leqslant x \leqslant 7$ et $-3 \leqslant y \leqslant -1$.
Encadrer $x \times y$

3.4. Encadrer un inverse

Propriété 16

a et b sont deux réels strictement positifs.
Si $0 < a \leqslant x \leq b$ alors : $\frac{1}{b} \leqslant \frac{1}{x} \leqslant \frac{1}{a}$

Exemple 5

Si $2 \leqslant x \leqslant 4$ alors : $\frac{1}{4} \leqslant \frac{1}{x} \leqslant \frac{1}{2}$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

3.5. Encadrer un quotient

Propriété 17

Considérant tous les nombres réels positifs si $a \leqslant x \leqslant b$ et $c \leqslant y \leqslant d$ alors :

$\frac{a}{d} \leqslant \frac{x}{y} \leqslant \frac{b}{c}$ tel que $d \neq 0$ et $y \neq 0$ et $c \neq 0$

Exemple 6

x et y deux nombres réels tel que : $6 \leqslant x \leqslant 10$ et $3 \leqslant y \leqslant 4$.

Encadrer $\frac{x}{y}$

Exercice 5

x et y deux nombres réels tel que : $2 \leqslant x \leqslant 3$; $-2 \leqslant y \leqslant -1$ et $3 \leqslant z \leqslant 6$

Encadrer :

1. xz
2. yx
3. yz
4. y^2
5. $\frac{x}{z}$
6. x^2
7. $\frac{x+z}{y}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 1
Ordres et opérations

Exercice 1

1) Comparer a et b pour chacun des cas suivantes :
➤ $a = \frac{4}{5}$ et $b = \frac{-3}{2}$ ➤ $a = \frac{-5}{7}$ et $b = \frac{3}{7}$ ➤ $a = \frac{8}{6}$ et $b = \frac{8}{3}$ ➤ $a = \frac{3}{7}$ et $b = \frac{4}{9}$

2) Soit $a - b = -\sqrt{2}$. Comparer a et b. (a et b sont des nombres réels non nuls).

3) Soient $a = \frac{3}{7}$ et $b = \frac{4}{9}$.
   a) calculer $a - b$ et déduire la comparaison de a et b.
   b) rendre au même dénominateur a et b et déduire la comparaison de a et b.

4) Soient $a = 2\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{11}$.
   a) Calculer a^2 et b^2 et déduire la comparaison de a et b.
   b) Montrer que $a - b = \frac{1}{2\sqrt{3} + \sqrt{11}}$. Déduire la comparaison de a et b.

Exercice 2

1) Comparer a et b pour chacun des cas suivants :
➤ $a = 2\sqrt{3} + \sqrt{10}$ et $b = \sqrt{11} + \sqrt{10}$ ➤ $a = \sqrt{2\sqrt{3} + \sqrt{10}}$ et $b = \sqrt{\sqrt{11} + \sqrt{10}}$
➤ $a = 2\sqrt{3} - 7$ et $b = \sqrt{11} - 7$ ➤ $a = 4\sqrt{3}$ et $b = 4\sqrt{5}$ ➤ $a = -5\sqrt{5}$ et $b = -5\sqrt{5}$

2) Soient $a = 7\sqrt{2}$ et $b = 5\sqrt{3}$
   a) Comparer a et b.
   b) Déduire la comparaison de $7\sqrt{2} + 9$ et $5\sqrt{3} + 9$
   c) Déduire la comparaison de $\frac{1}{7\sqrt{2} + 9}$ et $\frac{1}{5\sqrt{3} + 9}$

3) Comparer $-5\sqrt{2}$ et $-4\sqrt{2}$, déduire la comparaison de $\frac{1}{-5\sqrt{2}}$ et $\frac{1}{-4\sqrt{2}}$

Exercice 3

x et y deux nombres réels non nuls, tels que : $4 < x < 5$ et $-3 < y < -2$.
1) Encadrer ➤ $2x$ ➤ $-2x$ ➤ $3y$ ➤ $-3y$ ➤ x^2 ➤ y^2 ➤ $x + y$
➤ $x - y$ ➤ xy ➤ $3x - 5y$

2) Monter que $6 < (x + y)(x - y) < 24$

3) z est un nombre réel tel que $3 \leqslant 5z - 2 \leqslant 8$. Montrer que $1 \leqslant z \leqslant 2$.

Exercice 4

Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur un axe (si possible)
➤ $3x + 1 \geq -1$ ➤ $-2x + 5 \leq 0$ ➤ $x\sqrt{5} + 3 > 2$ ➤ $x + 2(x - 5) \leq 3x$ ➤ $\frac{2}{7}x + \frac{1}{3} > x - \frac{1}{8}$
➤ $\sqrt{3}x + 3 < \sqrt{3}x + 1$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

a, b et m des nombres réels ($a > 0$, $b > 0$ et $m < 0$)

1) Comparer ➤ $a + m$ et m ➤ $a + m$ et $a - m$

2) Comparer ➤ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ et 2 ➤ $a + b$ et $2\sqrt{ab}$ ➤ $\frac{1}{a^2} + a^2$ et 2 ➤ $a^2 + b^2$ et $2ab$

3) ABC est un triangle rectangle en A tels que $2.999 < AB < 3.001$ et $1.999 < AC < 2.001$.
Montrer que $3.604 < BC < 3.607$

Exercice 6

On pose : $a = \sqrt{45} + 2\sqrt{5}$ et $b = 3\sqrt{20}$

1) Montrer que : $a - b = -\sqrt{5}$

2) En déduire la comparaison de a et b

Exercice 7

1) Comparer : $2\sqrt{3}$ et $\sqrt{13}$

2) En déduire la comparaison de ce qui suit :
➤ $-2\sqrt{3}$ et $-\sqrt{13}$ ➤ $2\sqrt{3} - 5$ et $\sqrt{13} - 5$ ➤ $1 - 6\sqrt{3}$ et $1 - 3\sqrt{13}$
➤ $\frac{5}{2\sqrt{3}}$ et $\frac{5}{\sqrt{13}}$ ➤ $\frac{1}{2\sqrt{3}+3}$ et $\frac{1}{\sqrt{13}+3}$ ➤ $\sqrt{3+2\sqrt{3}}$ et $\sqrt{5+\sqrt{13}}$

3) a) Développer et réduire : $\left(2\sqrt{3} - \sqrt{13}\right)^2$

b) En déduire une simplification de : $\sqrt{25 - 4\sqrt{39}}$

Exercice 8

1) x et y deux nombres réels tel que $x \leqslant y$. Comparer x et $\frac{2x+y}{3}$

2) a un nombre réel tel que $a \geqslant 3$. Montrer que : $\frac{1-a}{2} \leqslant -1$

3) m et n deux nombres réels strictement positifs. Montrer que : $\frac{m+2n}{4n} \geqslant \frac{2m}{m+2n}$

Exercice 9

x, y et z trois nombres réels tels que : $-4 \leqslant x \leqslant 5$ et $-5 \leqslant y \leqslant -3$ et $3 \leqslant z \leqslant 7$

1) Encadrer ➤ $2y - 1$ ➤ $-x + 5$ ➤ $z - y$ ➤ yz ➤ $y^2 + z^2$ ➤ $\frac{x-3y}{y^2+2}$

2) Simplifier : $U = \sqrt{(y+3)^2} + \sqrt{(y+5)^2}$ et $V = \sqrt{(x+4)^2} - \sqrt{(x-5)^2} + (1-2x)$

Exercice 10

x un nombre réel positif tel que : $\frac{1}{3} \leqslant \frac{1}{\sqrt{x+3}} \leqslant \frac{1}{2}$. Montrer que : $1 \leqslant x \leqslant 6$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 11

Soient x et y deux nombres réels positifs tels que : $0 \leqslant x \leqslant \sqrt{2}$ et $0 \leqslant y^2 + 2y - x^2 \leqslant 1$. Montrer que : $0 \leqslant y \leqslant 1$

Exercice 12

Comparer les nombres suivants :

1. $a = \sqrt{8}$ et $b = 3$
2. $a = 3\sqrt{5}$ et $b = \sqrt{37}$
3. $a = 2\sqrt{5}$ et $b = 5$
4. $a = 2\sqrt{3}$ et $b = 3\sqrt{2}$
5. $a = \sqrt{5}$ et $b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$
6. $a = 6 + \sqrt{3}$ et $b = 6 + \sqrt{5}$
7. $a = 20\sqrt{2}$ et $b = -7\sqrt{14}$
8. $a = -\sqrt{3}$ et $b = -2\sqrt{10}$
9. $a = -10\sqrt{2}$ et $b = -9\sqrt{3}$
10. $a = 2 + 2\sqrt{2}$ et $b = 2 + \sqrt{10}$
11. $a = 2\sqrt{3} + \sqrt{11}$ et $b = \sqrt{11} + \sqrt{10}$
12. $a = 1 + \sqrt{6}$ et $b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$
13. $a = \sqrt{17} - \sqrt{11}$ et $b = \sqrt{5} - \sqrt{40}$
14. $a = 3 + \sqrt{3}$ et $b = \sqrt{27} + 1$

Exercice 13

Soit a et b deux nombres réels tels que : $1 \leqslant \dfrac{a-4}{2} \leqslant \dfrac{3}{2}$ et $-5 \leqslant b \leqslant -4$

1. Montrer que : $6 \leqslant a \leqslant 7$
2. Encadrer les nombres ➤ $a + b$ ➤ $a \times b$ ➤ $3a - 2b$
3. Montrer que : $\sqrt{2} \leqslant \sqrt{\dfrac{a}{a+b}} \leqslant \sqrt{7}$

Exercice 14

x et y deux nombres réels tel que : $2 \leqslant x \leqslant 5$ et $1 \leqslant y \leqslant 4$

Encadrer :

- $x + 5$
- $y - 3$
- $\dfrac{1}{y}$
- $\dfrac{1}{x+y}$
- $-4x + 3y$
- $3x$
- xy
- $x + y$
- $\dfrac{x-y}{x+y}$
- $3x - 2y$
- $-5y$
- $\dfrac{1}{x}$
- $x - y$
- $2x + y$

Exercice 15

Soit x un nombre réel positif, Comparer les nombres réels a et b dans chacun des cas suivants :

1. $a = x + 4$ et $b = x - 5$
2. $a = 2x + \sqrt{3}$ et $b = 2x - \sqrt{7}$
3. $a = 4x + 1$ et $b = 5x + 1$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 2
Ordres et opérations

Exercice 1

x et y deux nombres réels positifs, tels que $x \leqslant y$.
Comparer ce qui suit, en utilisant l'un des deux symboles $\geqslant$ ou $\leqslant$.

1) $x - y \ldots 0$
2) $x + 3 \ldots y + 3$
3) $y - x \ldots 0$
4) $x - 3 \ldots y - 3$
5) $7x \ldots 7y$
6) $x^2 \ldots y^2$
7) $-7x \ldots -7y$
8) $\frac{1}{x} \ldots \frac{1}{y}$

Exercice 2

a et b et c des nombres réels, tels que : $2 \leqslant a \leqslant 5$ et $1 \leqslant b \leqslant 4$ et $-5 \leqslant c \leqslant -3$.
Compléter les encadrement suivants :

1) $\ldots \leq a + b \leq \cdots$
2) $\ldots \leq b + c \leq \cdots$
3) $\ldots \leq a - c \leq \cdots$
4) $\ldots \leq 3a \leq \cdots$
5) $\ldots \leq 3c \leq \cdots$
6) $\ldots \leq \frac{1}{a} \leq \cdots$
7) $\ldots \leq \frac{1}{c} \leq \cdots$
8) $\ldots \leq -3a \leq \cdots$
9) $\ldots \leq -a \leq \cdots$
10) $\leq a \times b \leq \cdots$
11) $\leq a^2 \leq \cdots$
12) $\leq c^2 \leq \cdots$

Exercice 3

1) Comparer a et b dans chacun des cas suivants :
   a) $a - b = -\sqrt{5}$
   b) $a = 11 - 3\sqrt{5}$ et $b = 8 - 5\sqrt{3}$
2) Prouver que : $2\sqrt{5} < 5$?
3) Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :
   ➤ 6 ➤ $4\sqrt{2}$ ➤ $2\sqrt{5}$ ➤ $3\sqrt{3}$
4) Déterminer le signe de $3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$, justifier ta réponse.
5) En déduire que : $\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} < \sqrt{10 - 3\sqrt{2}}$?

Exercice 4

x et y et z des nombres réels tels que : $3 \leq x \leq 5$ et $1 \leq y \leq 2$ et $-4 \leq z \leq -2$.
Répondez par vraie ou faux aux questions suivantes ::

1) L'encadrement de $x + y$ est $3 + 1 \leq x + y \leq 5 + 2$
2) L'encadrement de $x - y$ est $3 - 1 \leq x - y \leq 5 - 2$
3) L'encadrement de $2x$ est $2 \times 3 \leq 2x \leq 2 \times 5$
4) L'encadrement de $-2x$ est $-2 \times 3 \leq -2x \leq -2 \times 5$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

(5) L'encadrement de $x \times y$ est $3 \times 1 \leq x \times y \leq 5 \times 2$

(6) L'encadrement de $y \times z$ est $1 \times (-4) \leq y \times z \leq 2 \times (-2)$

(7) L'encadrement de x^2 est $3^2 \leq x^2 \leq 5^2$

(8) L'encadrement de z^2 est $(-4)^2 \leq z^2 \leq (-2)^2$

(9) L'encadrement de $\frac{1}{x}$ est $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$

(10) L'encadrement de $\frac{1}{z}$ est $\frac{1}{-2} \leq \frac{1}{z} \leq \frac{1}{-4}$

(11) L'encadrement de $\frac{x}{y}$ est $3 \times \frac{1}{2} \leq \frac{x}{y} \leq 5 \times \frac{1}{1}$

(12) L'encadrement de $\frac{x}{z}$ est $3 \times \frac{1}{-2} \leq \frac{x}{z} \leq 5 \times \frac{1}{-4}$

Exercice 5

a et b deux nombres réels.
Encadrer $a + b$ dans chacun des cas suivants :

(1) $1 \leq a \leq 2$ et $6 \leq b \leq 8$ (2) $3 \leq a \leq 5$ et $-3 \leq b \leq 1$ (3) $0 \leq a \leq 10$ et $-6 \leq b \leq -2$

Exercice 6

a et b deux nombres réels.
Encadrer $a - b$ dans chacun des cas suivants :

(1) $1 \leq a \leq 2$ et $6 \leq b \leq 8$ (2) $3 \leq a \leq 5$ et $-3 \leq b \leq 1$ (3) $0 \leq a \leq 10$ et $-6 \leq b \leq -2$

Exercice 7

a et b deux nombres réels.
Encadrer $a \times b$ dans chacun des cas suivants :

(1) $3 \leq a \leq 6$ et $2 \leq b \leq 4$ (2) $2 \leq a \leq 3$ et $-5 \leq b \leq -1$ (3) $-4 \leq a \leq -1$ et $-5 \leq b \leq -3$

Exercice 8

➤ x est un nombre réel,
Dans chacun des cas suivants, donner un encadrement de x^2 :

(a) $2 \leq x \leq 5$ (b) $-4 \leq x \leq -1$.

➤ b est un nombre réel,
Dans chacun des cas suivants, donner un encadrement de $3b$:

(c) $2 \leq b \leq 5$ (d) $-4 \leq b \leq -1$.

➤ y est un nombre réel,
Dans chacun des cas suivants, donner un encadrement de $-3y$:

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

(e) $2 \leq y \leq 5$ (f) $-4 \leq y \leq -1$.

➤ a est un nombre réel,
Dans chacun des cas suivants, donner un encadrement de $\frac{1}{a}$:

(g) $2 \leq a \leq 5$ (h) $-4 \leq a \leq -1$.

Exercice 9

➠ a et b deux nombres réels,
Dans chacun des cas suivants, donner un encadrement de $\frac{a}{b}$:

(1) $6 \leq a \leq 8$ et $1 \leq b \leq 2$ (2) $-10 \leq a \leq -4$ et $1 \leq b \leq 2$ (3) $-12 \leq a \leq -9$ et $-3 \leq b \leq -1$

Exercice 10

(1) Sachant que $x < -2$, comparer 13 et $-5x + 3$.

(2) a et b deux nombres réels, montrer que : $a^2 + b^2 \geq 2ab$.

(3) a est un nombres réel, montrer que $a^2 - 12a \geq -36$

(4) a et b deux nombres réels tel que $a = b - 3$, comparer a et b.

(5) x et y deux nombres réels tel que $x - 1 = y - 1$, comparer x et y.

(6) a et b deux nombres réels strictement positifs, montrer que : $\frac{a^2 + b^2}{2ab} \geq 1$

(7) x est un nombre réel strictement positif, $x + \frac{1}{x} \geq 2$

(8) x est un nombre réel tel que $x \leq 5$. Montrer que : $\frac{1 - x}{4} \geq -1$.

(9) a est un nombre réel tel que $a \geq -2$. Montrer que : $\frac{-3a + 4}{5} \leq 2$.

(10) x est un nombres réel, montrer que : $(x + 5)^2 \geq 20x$

(11) Sachant que : $1 \leq \sqrt{3} \leq 2$, encadrer $\sqrt{7 + 2\sqrt{3}}$.

(12) Sachant que : $-5 \leq 2a - 3 \leq 1$, encadrer a.

(13)
(a) Comparer les nombres : $\sqrt{3} + \sqrt{15}$ et $2\sqrt{15}$
(b) Sachant que : $1 < \sqrt{3} < 2$ et $3 < \sqrt{15} < 4$, encadrer $\sqrt{3} + \sqrt{15}$ et $\sqrt{3} - \sqrt{15}$
(c) Montrer que : $\sqrt{3} \times \sqrt{15} = 3\sqrt{5}$, et en déduire l'encadrement de $\sqrt{5}$.

(14) Sachant que : $-2 \leq a + 1 \leq -1$, encadrer :
➤ $5a - 2$ ➤ $-a + \sqrt{2}$ ➤ a^2 ➤ $\frac{1}{a + 1}$

(15) x et y deux nombres réels positifs tel que :
$\frac{1}{3} \leq \frac{x - 2}{3} \leq 1$ et $1 \leq (2y - 1)^2 - 3 \leq 6$.
Montrer que : $3 \leq x \leq 5$ et $\frac{3}{2} \leq y \leq 2$

(16) x et y deux nombres réels positifs, montrer que : $\sqrt{xy} \leq \frac{x + y}{2}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

THÉORÈME DE PYTHAGORE

Chapitre 7

Sommaire du chapitre 7

1. Théorème de Pythagore. 93
2. Réciproque du théorème de Pythagore 94

Activité 1

ABC est un triangle rectangle en A.
Le côté BC, opposé à l'angle droit, est l'hypoténuse du triangle, c'est le plus grand côté.
On pose AC = **9 cm** ; AB = **12 cm** et BC = **15 cm**
Calculer :

- ☆ AB^2 =
- ☆ AC^2 =
- ☆ BC^2 =

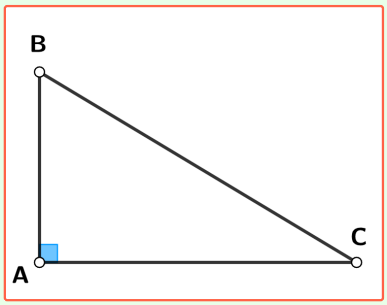
Entoure la bonne proposition

(A) $AB^2 = AC^2 = BC^2$.
(B) $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
(C) $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
(D) $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

1. THÉORÈME DE PYTHAGORE

Définition 1

Dans un **triangle rectangle**.
le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit.
Si le triangle ABC est **rectangle** en A.



Alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Exercice 1

1. Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = **4cm** et AC = **5cm**
2. Calculer l'hypoténuse BC. Justifier.

Remarque. Utilisation du théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 2

TEN est un triangle rectangle en E , tels que : TE = $\sqrt{5}$ cm ; EV = 2 cm.

➤ Calculer TN.

Activité 2

1. Tracer un segment [AB] tel que AB = 10 cm
2. Tracer le cercle (Ꞓ) de diamètre [AB].
3. Placer un point M sur le cercle (Ꞓ) tel que AM = 8 cm
4. Quel est la nature du triangle ABM ? Justifier.
5. Calculer BM.

2. RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

Définition 2

Dans un triangle, si le carré de la longueur du côté le plus grand est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

Remarque. La réciproque du théorème de Pythagore est très pratique pour montrer qu'un triangle est rectangle (orthogonalité).

Exemple 1

On considère ABC un triangle , tel que AB = 4,5 cm ; AC = 6 cm et BC = 7,5 cm.
Montrer que le triangle ayant pour côtés 4,5,6 et 7,5 est bien rectangle.

D'une part,	D'autre part,
$BC^2 = 7{,}5^2$	$AB^2 + AC^2 = 4{,}5^2 + 6^2$
$= 56{,}25$	$= 20.25 + 36$
	$= 56{,}25$

Comme : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 3

ABC est un triangle , tel que : AB = 3,6 cm ; AC = 4,8 cm ; BC = 6 cm

1. Construire la figure.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 1
Théorème de Pythagore

Exercice 1

ABC un triangle rectangle en C tel que : AC = $2\sqrt{5}$ et BC = 4.

➤ Calculer AB.

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tels que : AB = **4 cm**. Soit M le milieu de [BC].

1) Faire la figure.
2) Calculer BC.
3) En déduire AM.

Exercice 3

ABCD est un carré de diagonale **4 cm**.

➤ Calculer AB.

Exercice 4

Soit EFP un triangle rectangle en P tel que : EF = **5** et EP = **4**.

1) Calculer FP.
2) Soit H le projeté orthogonal de P sur la droite (EF).
   a) Vérifier que : $(5 - FH)^2 - FH^2 = 7$.
   b) En déduire que : FH = **1,8**.
   c) Calculer PH.

Exercice 5

1) Soit MNP un triangle tel que : MN = **20 cm**, MP = **12 cm** et NP = **16 cm**.
   ➤ Le triangle MNP est-il rectangle ? Justifier la réponse.
2) Soit RST un triangle tel que : ST = **6 cm**, RS = **4 cm** et RT = **4,5 cm**.
   ➤ Le triangle RST est-il rectangle ? Justifier la réponse.

Exercice 6

Soit ABC un triangle tel que : AB = $2\sqrt{3}$, BC = **4** et AC = **2**.

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2) Soit H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC).
   a) Calculer AH.
   b) En déduire CH.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 2
Théorème de Pythagore

Exercice 1
On considère le triangle ABC , compléter ce qui suit :

1. Si les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires, alors $BC^2 = \ldots + \ldots$
2. Si [AC] est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC , alors $AC^2 = \ldots + \ldots$
3. Si $AB^2 = CA^2 + CB^2$, alors le triangle ABC est rectangle en $\ldots$

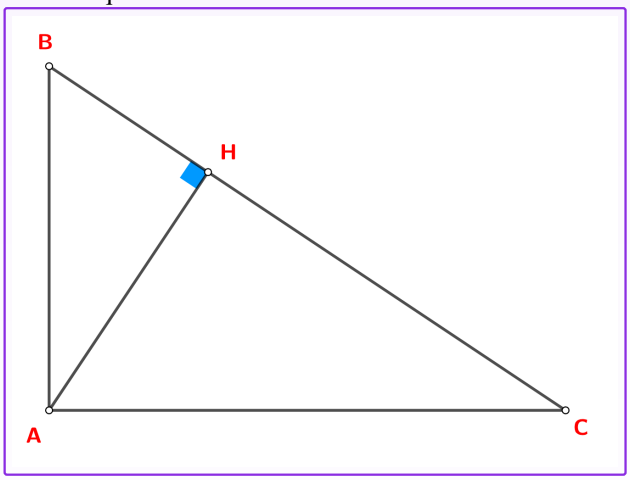
Exercice 2
Déterminer le cas où le triangle ABC soit rectangle.

1. $BC = 6$ et $AC = 5$ et $AB = 4$
2. $BC = 2\sqrt{3}$ et $AC = 4$ et $AB = 2$
3. $BC = 2\sqrt{3}$ et $AC = 3\sqrt{2}$ et $AB = \sqrt{5}$
4. $BC = 4\sqrt{3}$ et $AC = 8$ et $AB = 4$

Exercice 3
ABC est un triangle tel que : $BC = 3\sqrt{3}$ et $AC = 3\sqrt{2}$ et $AB = 3$.
Montrer que : (AB) et (AC) est perpendiculaire.

Exercice 4
ABCD est un carré tel que : $AB = 10$ cm et I est le milieu de [BC].
Montrer que $AI = 5\sqrt{5}$.

Exercice 5
On considère la figure suivante tel que : $BH = 2$ et $AC = 4\sqrt{5}$ et $AB = 2\sqrt{5}$



1. Calculer AH et HC .
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

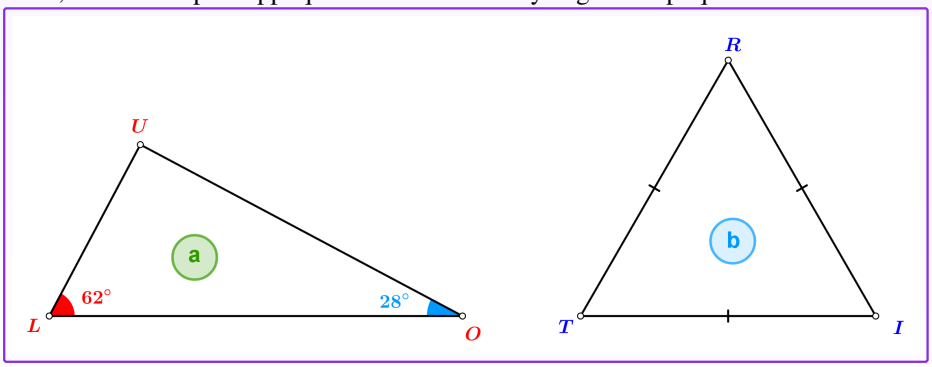
Exercice 6

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = **2** et AC = **3**.

1. Calculer BC.
2. Si on suppose que ABC n'est pas rectangle, peut-on appliquer le théorème de Pythagore pour calculer BC ?

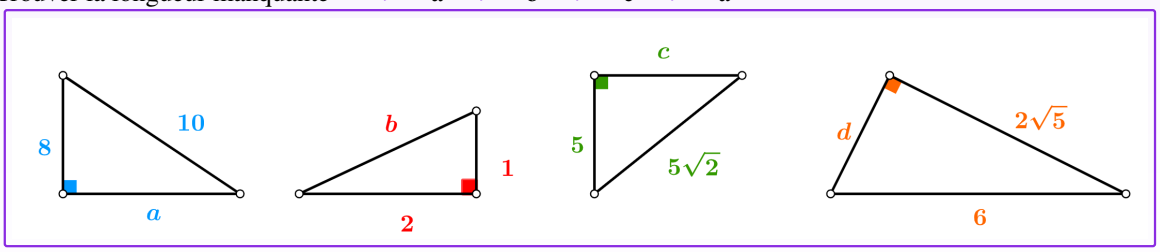
Exercice 7

Dans chaque cas, dire si l'on peut appliquer le théorème de Pythagore. Expliquer.



Exercice 8

Trouver la longueur manquante ➤ *a* ➤ *b* ➤ *c* ➤ *d*



Exercice 9

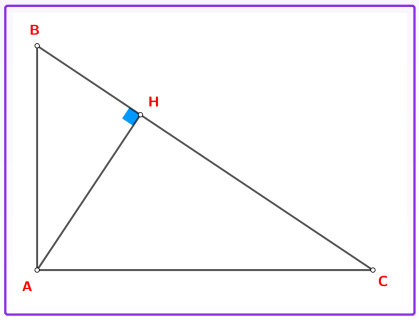
ABC est un triangle tel que : AB = **3 + √2** et AC = **3 − √2** et BC = **√22**

1. Calculer ➤ AB^2 ➤ AC^2 ➤ BC^2
2. En déduire que le triangle ABC est rectangle.

Exercice 10

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = **3 √2** et AC = **3**

1. Montrer que : BC = **3 √3**
2. Calculer : AH et BH



Minicentre privé Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Chapitre 8

Sommaire du chapitre 8

1. Trigonométrie dans le triangle rectangle 98
2. Relations trigonométriques de deux angles complémentaires. 99
3. Tableau trigonométrique des angles usuels 100

Activité 1

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = $4cm$ et BC = **5 cm**

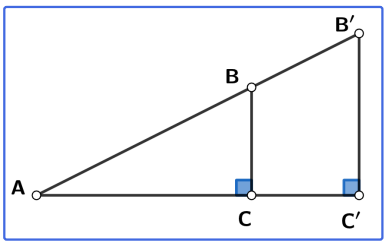
➤ Calculer : **cos** $\widehat{ABC}$

Activité 2

1. Justifiez que (BC) est parallèle à $(B'C')$

2. Démontrer que $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$

3. En déduire que $\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'}$



1. TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

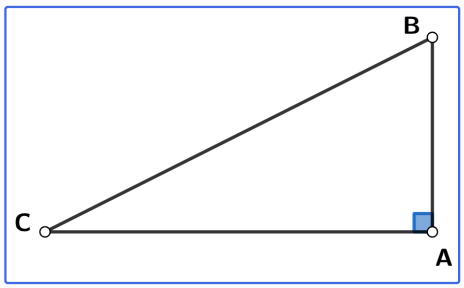
Définition1

Dans un triangle rectangle :

- ☆ **Le cosinus** d'un angle aigu est égal au quotient du côté adjacent sur l'hypoténuse.
- ☆ **Le sinus** d'un angle aigu est égal au quotient du côté opposé sur l'hypoténuse.
- ☆ **La tangente** d'un angle aigu est égal au quotient du côté opposé sur le côté adjacent.

Exemple 1

- ☆ **cos** $\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$
- ☆ **sin** $\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$
- ☆ **tan** $\widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$



Comment retenir ces trois formules

En apprenant le mot ≪ SOHCAHTOA ≫, on peut retrouver les trois formules :

- ☆ SOH : Sinus est égal au côté Opposé sur l'Hypoténuse,
- ☆ CAH : Cosinus est égal au côté Adiacent sur l'H ypoténuse,
- ☆ TOA : Tangente est égal au côté Opposé sur l'Adjacent.

Remarque. Les sinus, cosinus et tangente n'ont pas d'unité !

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 1

ABC est un triangle rectangle en B tel que : $AC = 7$ cm et $BC = 4$ cm.

➤ Calculer $\sin \widehat{BAC}$ et $\tan \widehat{BAC}$

Exercice 2

EFG est un triangle rectangle en G tel que $\sin \widehat{EFG} = \frac{3}{7}$ et $EF = 14$.

➤ Calculer : GE et GF

Activité 3 ABC est un triangle rectangle en A. On pose $ABC = x$

1) Démontrer que : $0 < \sin x < 1$ et $0 < \cos x < 1$
2) Calculer : $\sin^2 x + \cos^2 x$
3) Démontrer que : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Activité 4 ABC est un triangle rectangle en A tel que : $A = 4$ cm et $BC = 5$ cm et $AC = 3$ cm

1) Calculer :
   ➤ $\cos \widehat{ABC}$ et $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$ ➤ $\cos \widehat{ACB}$ et $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$
2) Que peut-on déduire ?

Propriété 1

Si x est la mesure d'un angle aigu alors :

1) $0 < \sin x < 1$ et $0 < \cos x < 1$
2) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
3) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Exercice 3

1) Sachant que : $\cos x = \frac{3}{5}$
   Calculer : $\sin x$ et $\tan x$
2) sachant que : $\sin y = \frac{2}{\sqrt{5}}$
   Calculer : $\cos y$ et $\tan y$

2. RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES DE DEUX ANGLES COMPLÉMENTAIRES

Propriété 2

Si α et β sont les mesures de deux angles complémentaires alors :

☆ $\sin \alpha = \cos \beta$ ☆ $\cos \alpha = \sin \beta$ ☆ $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$

Exemple 1

☆ $\sin 30° = \cos 60°$ ☆ $\cos 70° = \sin 20°$ ☆ $\tan 65° = \frac{1}{\tan 25°}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

Calculer :

☆ A = $\cos 5° - \sin 85° + 3$ ☆ B = $\cos^2 14° + \cos^2 28° + \cos^2 76° + \cos^2 62°$

Activité 5

✎ Avant toute utilisation en trigonométrie de la calculatrice, il faudra s'assurer que l'unité d'angle est le degré (un D ou DEG) apparaît en haut à droite de l'écran.

Calculer le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle.

✎ Pour chacune des calculatrices, il suffit de taper la touche correspondante au calcul demandé suivi de la valeur de l'angle. Calculer

➤ $\cos 27° = 0{,}8910065242$ ➤ $\sin 42° = 0{,}6691306064$ ➤ $\tan(56) = 1{,}482560969$

➤ $\cos 27° \approx 0{,}89$ ➤ $\sin 42° \approx 0{,}6$ ➤ $\tan 56° \approx 1{,}48$

Calculer : $\sin 30°$; $\cos 45°$ et $\tan 45°$

Pour calculer la valeur d'un angle connaissant son cosinus, son sinus ou sa tangente on utilise la touche **sin** ; **cos** ou **tan** précédé de la touche S*hift* ou 2^{nd} ou I*nv* (selon la calculatrice).

Exemple 2

Pour $\sin x = 0.456$. On trouve $x = 27.12929466$,

donc $x \approx 27°$ (valeur approchée) de même façon déterminer les valeurs approchées de a et b et y tels que :

➤ $\cos a = 0.99$ ➤ $\sin b = 0.01$ ➤ $\tan y = 13$.

3. TABLEAU TRIGONOMÉTRIQUE DES ANGLES USUELS

Angles usuels :

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Non définie

Exercice 5

x est la mesure d'un angle aigu. Déterminer x dans chaque cas :

☆ $\sin x = \cos 14°$ ☆ $\cos x = \sin 69°$

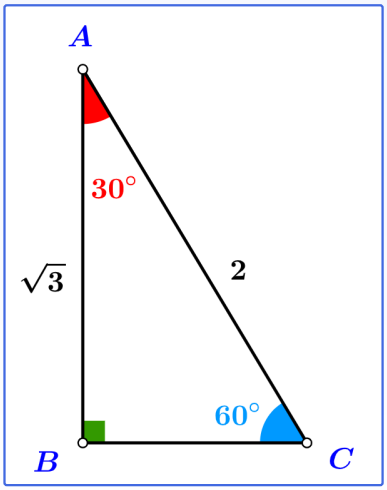
Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 1
Trigonométrie

Exercice 1

ABC est un triangle rectangle en B , compléter ce qui suit :

- $\sin 60° = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\cos 60° = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\tan 60° = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\sin 30° = \frac{\dots}{AC} = \frac{\dots}{2}$
- $\cos 30° = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
- $\tan 30° = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$



Exercice 2

α est un angle aigu. Compléter les pointillés par ce qui convient.

- $\tan 60° \times \tan \dots = 1$
- $\cos^2 60° + \sin^2 \dots = 1$
- $\dots < \sin \alpha < \dots$
- $\dots < \cos \alpha < \dots$
- $\sin 60° = \cos \dots$
- $\cos(90° - \alpha) = \sin \dots$
- $\tan 80° = \frac{1}{\dots}$

Exercice 3

α est un angle aigu. Répondre par vrai ou faux :

1. $\sin 30° + \cos 30° = 1$
2. $\sin^2 30° + \cos^2 60° = 1$
3. $\sin^2 30° + \cos^2 30° = 1$
4. $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
5. Il existe un angle α tel que $\sin \alpha = 2$
6. Il existe un angle α tel que $\tan \alpha = 2$
7. La somme de deux angles complémentaires est $90°$
8. L'hypoténuse est le plus petit coté du triangle
9. $\cos 15° = \sin 80°$
10. $\sin 40° = \cos 50°$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

(11) $\tan 20° = \tan 70°$

(12) $\tan 10° = \dfrac{1}{\tan 80°}$

(13) $\tan 30° = \dfrac{\sin 60°}{\cos 60°}$

(14) $\tan 30° = \dfrac{\sin 30°}{\cos 30°}$

(15) $\cos 50° = \cos 30° + \cos 20°$

Exercice 4

IJK est un triangle tel que : IJ = **7 cm** et IK = $4\sqrt{2}$ **cm** et JK = **9 cm**

(1) Montrer que le triangle IJK est rectangle.

(2) Calculer $\sin \widehat{IKJ}$ et $\cos \widehat{IKJ}$ et $\tan \widehat{IKJ}$ (on donnera le résultat arrondi à **0,01**)

(3) α est la mesure d'un angle aigu, tel que $\cos \alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

➤ Calculer $\sin \alpha$ et $\tan \alpha$

Exercice 5

Calculer ce qui suit :

➤ $A = \cos^2 70° + \cos 60° + \cos^2 20° - \sin 30°$

➤ $B = \sin 70° \times \cos 20° + \cos 70° \times \sin 20°$

➤ $C = 2\cos^2 80° - \cos^2 30° + 2\cos^2 10° - \cos^2 60°$

➤ $D = \sin^2 5° - 3\cos^2 65° + \sin^2 85° - 3\cos^2 25°$

➤ $E = \tan^2 60° \times \sin^2 30° + \cos^2 60°$

➤ $F = \tan 70° \times \tan 50° \times \tan 20° \times \tan 40°$

Exercice 6

ABC est un triangle rectangle en A tel que : BC = $5\sqrt{2}$ et $\widehat{ABC} = 45°$

(1) Calculer AB et AC.

(2) Déterminer la mesure de l'angle $\hat{C}$ puis calculer les rapports trigonométriques de cet angle.

(3) α et β deux angles complémentaires.

➤ Montrer que : $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta$

Exercice 7

Simplifier ce qui suit :

➤ $A = \sin x - \cos x \times \tan x$

➤ $B = 2\cos^2 x + \sin^2 x - 1$

➤ $C = \cos^2 x \left(1 + \tan^2 x\right)$

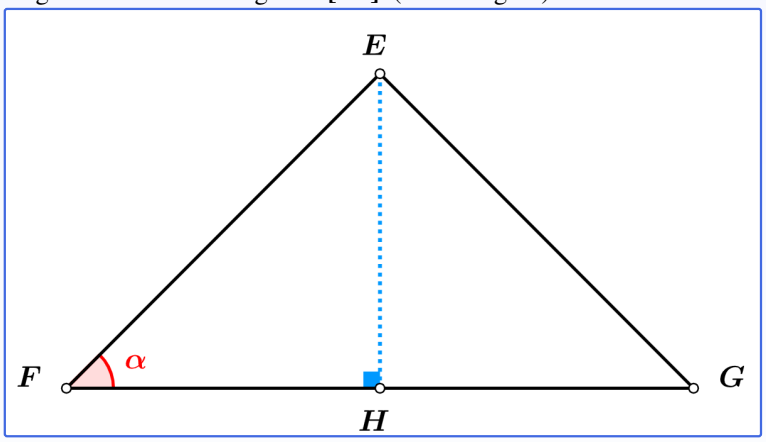
➤ $D = (\sin x - \cos x)^2 + 2 \sin x \times \cos x$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

- $E = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$
- $F = \dfrac{\cos^2 x + 2\sin^2 x - 1}{\sin^2 x}$
- $G = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) + 2\cos^2 x$

Exercice 8

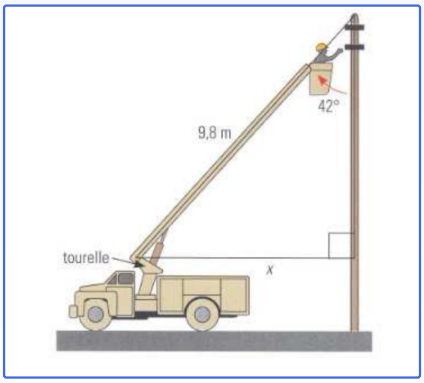
EFG est un triangle isocèle tel que : FG = **8 cm** et EF = EG = **5 cm**.
Soit H le projeté orthogonale de E sur le segment [FG]. (Voir la figure)



1. Donner les trois rapports trigonométriques de l'angle $\widehat{EFG}$.
2. α est un angle aigu. Sachant que : $\tan\alpha = 3\sin\alpha$
   - Calculer : $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$
3. Montrer que : $\dfrac{\sin\alpha \times \cos^2\alpha}{1 - \sin^2\alpha} = \sin\alpha$

Exercice 9

Karim est réparateur de ligne téléphonique et se sert d'un camion doté d'un long bras élévateur qu'on appelle parfois ≪ girafe ≫. La portée de ce dernier peut atteindre **9,8 m.** Si l'angle d'élévation formé entre la tourelle et le sommet du poteau téléphonique est de **48°**, à quelle distance le poteau se trouve-t-il de la tourelle ?



Exercice 10

1. Déterminer la valeur de x sachant que : $2\sin x - 1 = 0$
2. α est la mesure d'un angle aigu tel que : $\cos\alpha + \sin(90° - \alpha) = \sqrt{3}$.
   - Calculer $\cos\alpha$ puis en déduire la valeur de α.
3. α et β sont les mesures de deux angles complémentaires.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

➤ Sachant que : $2\tan\alpha + \dfrac{1}{\tan\beta} = \sqrt{3}$. Déterminer la valeur de $alpha$.

(4) Soit x la mesure d'un angle aigu non nul.

➤ Trouver la valeur de x sachant que : $\tan x - 2\sin x = 0$

Exercice 11

➤ Soit $\widehat{B}$ un angle aigu tel que $\tan\widehat{B} = \dfrac{1}{2}$.

(a) Exprime $\sin\widehat{B}$ en fonction de $\cos\widehat{B}$.

(b) Déduis-en la valeur exacte de $\cos\widehat{B}$ et $\sin\widehat{B}$.

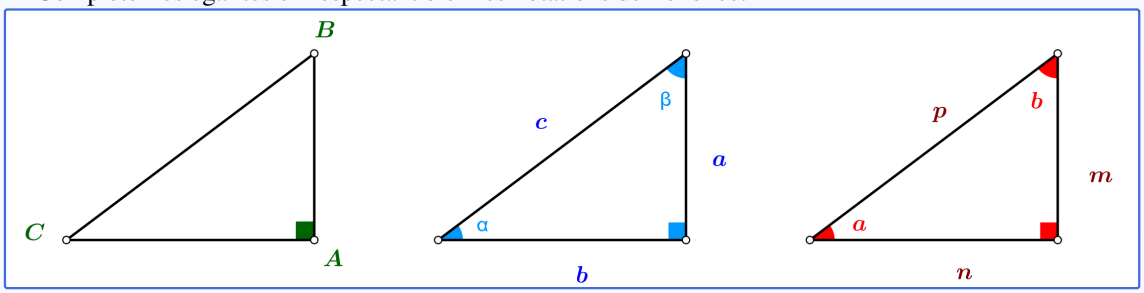
Exercice 12

➤ Calculer la valeur exacte de $\cos\widehat{C}$ et de $\tan\widehat{C}$ sachant que $\widehat{C}$ est un angle aigu tel que :

$\sin\widehat{C} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

Exercice 13

➤ Compléter les égalités en respectant bien les notations de l'énoncé.



(1) $\cos\widehat{ABC} = \ldots$ (7) $\cos\alpha = \ldots$ (13) $\cos a = \ldots$

(2) $\sin\widehat{ABC} = \ldots$ (8) $\sin\alpha = \ldots$ (14) $\sin a = \ldots$

(3) $\tan\widehat{ABC} = \ldots$ (9) $\tan\alpha = \ldots$ (15) $\tan a = \ldots$

(4) $\cos\widehat{ACB} = \ldots$ (10) $\cos\beta = \ldots$ (16) $\cos b = \ldots$

(5) $\sin\widehat{ACB} = \ldots$ (11) $\sin\beta = \ldots$ (17) $\sin b = \ldots$

(6) $\tan\widehat{ACB} = \ldots$ (12) $\tan\beta = \ldots$ (18) $\tan b = \ldots$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

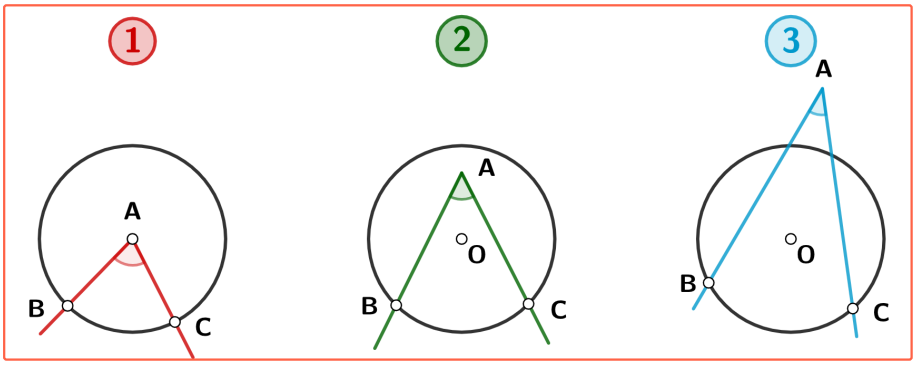
ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE

Chapitre 9

Sommaire du chapitre 9

1. Angle inscrit et angle au centre 105
2. Deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle 108
3. La relation entre l'angle au centre et l'angle inscrit 109

Activité 1 Sur chacune des figures ci-dessous, observer la disposition de l'angle $\widehat{BAC}$.



Sur **la figure 1** , l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle au centre. Ce n'est pas le cas sur **les figures 2 et 3**.
Quelles semblent être les caractéristiques d'un angle au centre ?

1. ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE

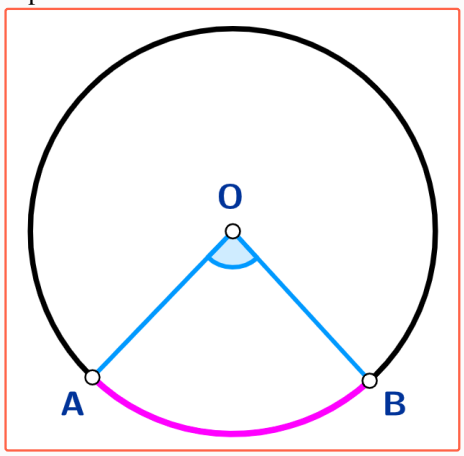
1.1. Angle au centre

Définition 1

Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle.

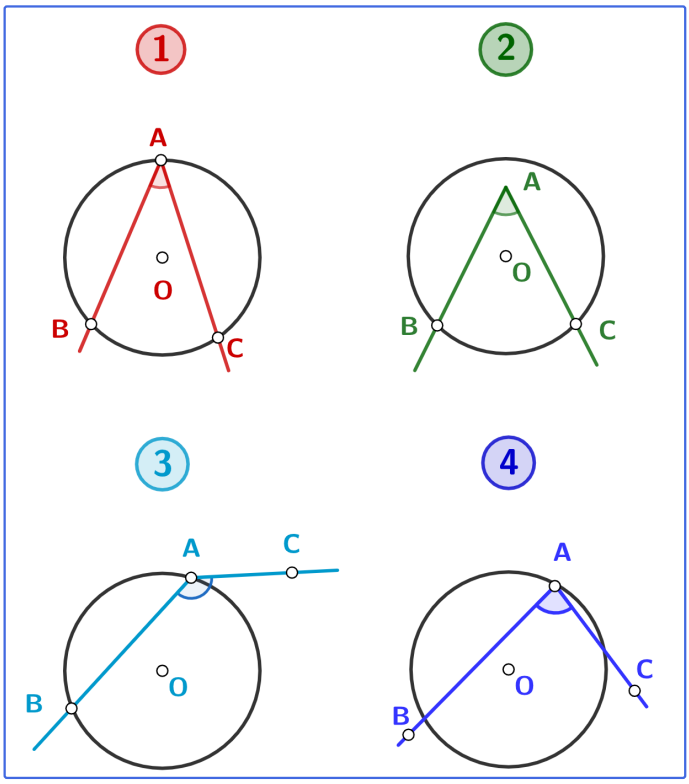
Exemple 1

$\widehat{AOB}$ est un angle au centre intercepte l'arc $\overset{\frown}{AB}$.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Activité 2 Sur chacune des figures ci-dessous, observer la disposition de l'angle $\widehat{BAC}$.



➤ Sur **les figures 1 et 4** , l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit dans le cercle.
Ce n'est pas le cas sur **les figures 2 et 3**.
Quelles semblent être les caractéristiques d'un angle inscrit ?

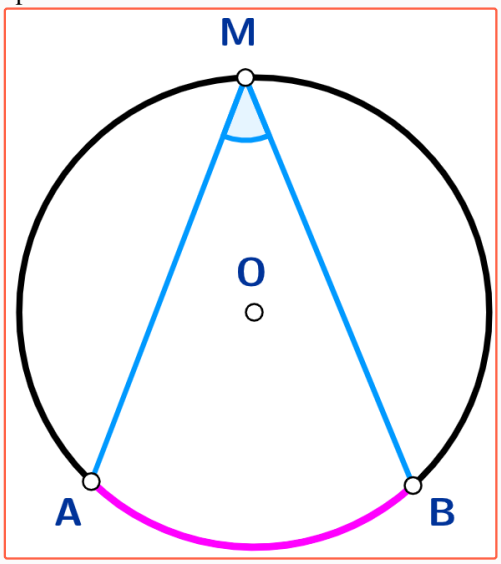
1.2. Angle inscrit

Définition 2

Dans un cercle, **un angle inscrit** est un angle dont **le sommet** est sur **le cercle** et dont **les côtés coupent le cercle**.

Exemple 2

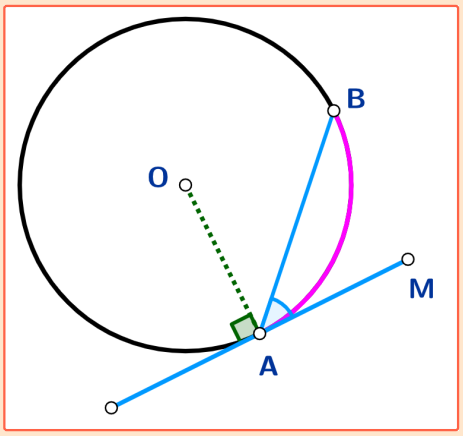
$\widehat{AMB}$ est un angle inscrit intercepte l'arc $\widehat{AB}$.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

1.3. Cas particulier

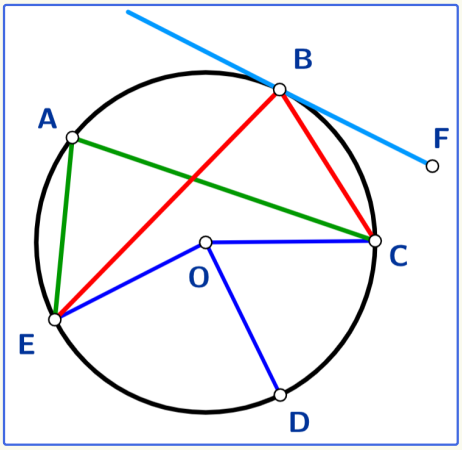
Remarque. (AM) est la tangente au cercle en point A. $\widehat{MAB}$ est appelé aussi **un angle inscrit intercepte l'arc** $\widehat{AB}$.



Exercice 1

Dans la figure ci-dessous, la droite (BF) est la tangente au cercle en point B.

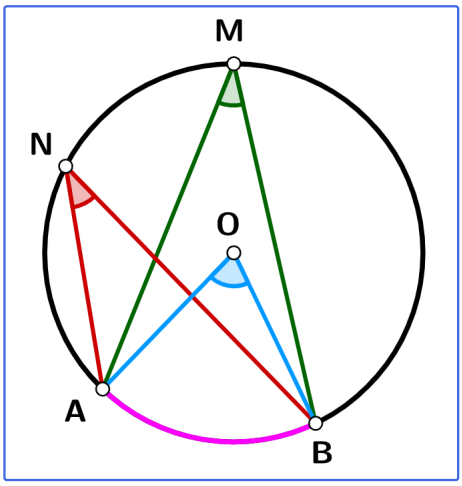
1. Extraire les angles au centre, en déterminant l'arc qui interceptent ?
2. Extraire les angles inscrits, en déterminant l'arc qui interceptent ?
3. Extraire les angles inscrits associés à l'angle $\widehat{EOC}$.



Activité 3

On considère la figure ci-dessous tel que (C) est un cercle de centre O :

1. Déterminer la relation entre $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$.
2. Déterminer la relation entre $\widehat{ANB}$ et $\widehat{AOB}$.
3. Déduire la relation entre $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

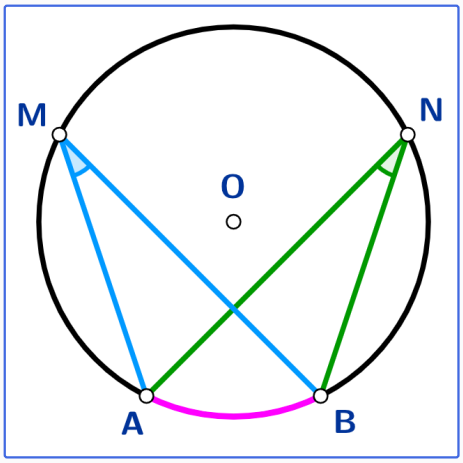
2. DEUX ANGLES INSCRITS INTERCEPTENT LE MÊME ARC DE CERCLE

Propriété 1

Dans un cercle, si **deux angles inscrits** interceptent le **même arc** de cercle (coupent le cercle aux mêmes points), alors **ils ont la même mesure**.

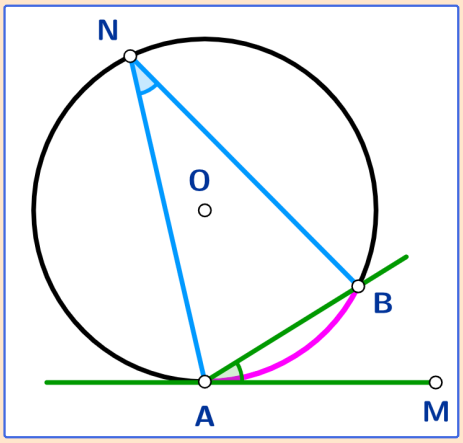
Exemple 1

Les angles inscrits $\widehat{BMA}$ et $\widehat{BNA}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.
Alors : $\widehat{BMA} = \widehat{BNA}$.



2.1. Cas particulier

Remarque. (AM) est la tangente au cercle en point A.
$\widehat{MAB}$ est appelé aussi **un angle inscrit intercepte l'arc** $\overset{\frown}{AB}$.
Donc : $\widehat{ANB} = \widehat{MAB}$.



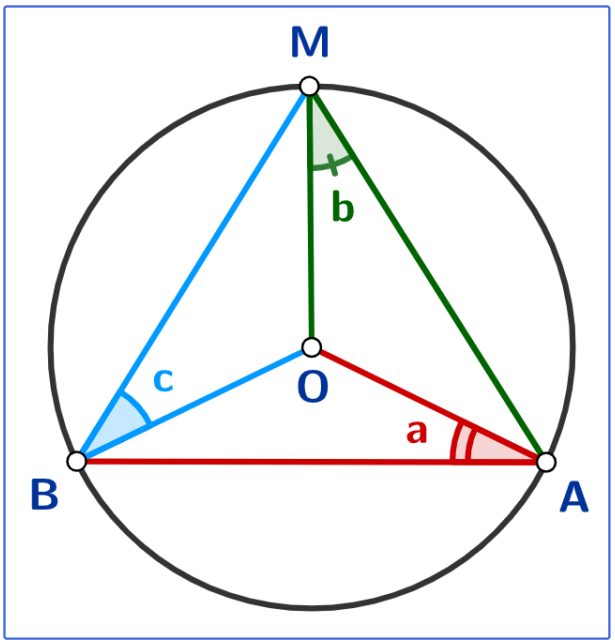
Exercice 2

(C) est un cercle de centre O, A et B sont deux points sur le cercle (C) tels que $\widehat{AOB} = 150°$.
Soient M et N deux points du grand arc $\overset{\frown}{AB}$ distincts de A et B.

1. Construire une figure convenable.
2. Calculer la mesure des angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$?

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Activité 4 On considère la figure ci-dessous tels que les triangles OAB, OMB et OMA sont isocèle en O.



1. Déterminer la relation entre a , b et c.
2. Calculer la mesure de $\widehat{AOB}$ en fonction de a.
3. Déduire que : $\widehat{AOB} = 2\widehat{MAB}$

3. LA RELATION ENTRE L'ANGLE AU CENTRE ET L'ANGLE INSCRIT

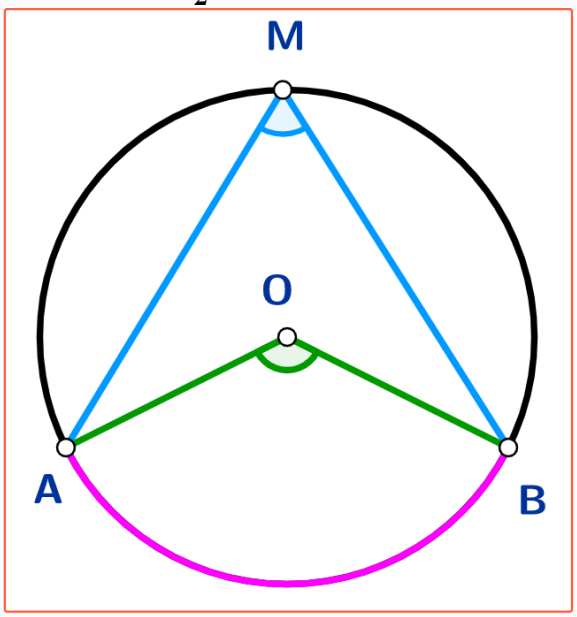
Propriété 2

Dans un cercle, si un **angle inscrit** et **un angle au centre** interceptent le **même arc**, alors la mesure de l'angle au centre est **le double** de celle de l'angle inscrit.

Exemple 1

L'angle au centre $\widehat{BOA}$ et l'angle inscrit $\widehat{BMA}$ interceptent même $\overset{\frown}{AB}$

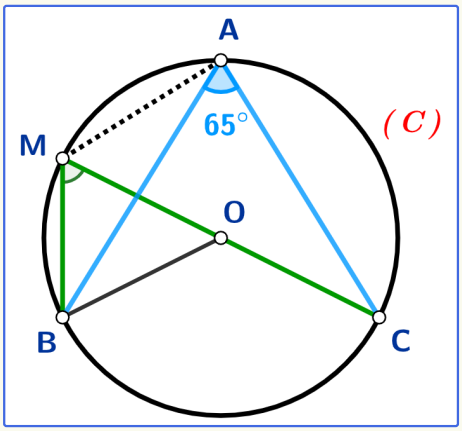
Alors : $\widehat{BOA} = 2 \times \widehat{BMA}$ ou $\widehat{BMA} = \frac{1}{2} \times \widehat{BOA}$



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 3

(C) est un cercle de centre O, A ; B et C sont des points sur le cercle (C) tels que $\widehat{BAC} = 65°$.
M est le point diamétralement opposé au point C.



1. Calculer la mesure d'angle $\widehat{BMC}$?
2. Montrer que $\widehat{BOC} = 130°$?
3. Calculer la mesure d'angle $\widehat{BAM}$?

Exercice 4

(C) est un cercle de centre O et de rayon **3 cm**, circonscrit au triangle ABF tel que $\widehat{BAF} = 30°$.
H est le point diamétralement opposé au point F.

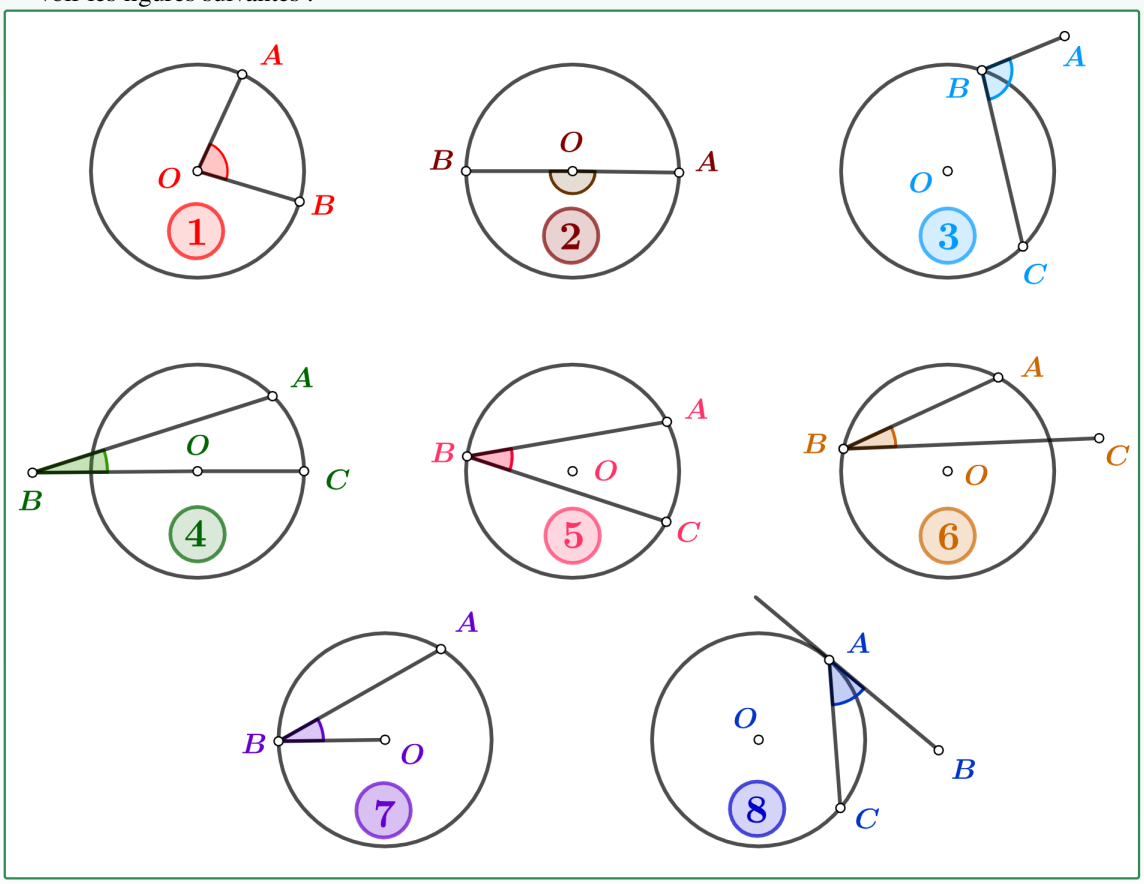
1. Construire la figure convenable.
2. Calculer la mesure de $\widehat{BHF}$.
3. Déduire que $BF = 6 \sin 40°$
4. Sachant que $\sin 40° \cong 0{,}65$, calculer BF.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 1
Angle inscrit et angle au centre

Exercice 1

Voir les figures suivantes :



Mets une croix dans la colonne qui convient :

Figure	1	2	3	4	5	6	7	8
Angle inscrit								
Angle au centre								
Angle ni inscrit ni au centre								

Exercice 2

Compléter les pointillés par qui convient :

1. La mesure d'un angle inscrit dans un cercle est ..... à ..... de la mesure de l'angle au centre associé.
   (A) la moitié (B) le tiers (C) le double (D) égale
2. Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est ..... de celle de l'angle inscrit.
   (A) la moitié (B) le tiers (C) le double (D) égale
3. L'angle au centre tracé sur le diamètre du cercle est ..... .
   (A) plat (B) aigu (C) obtus (D) droit

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

4 La somme des angles d'un quadrilatère non croisé vaut : ..... .

A 200° B 100° C 180° D 360°

5 Une droite qui touche le cercle en un seul point, s'appelle : ..... .

A une tangente B une corde C un rayon D un diamètre

6 Un segment de droite reliant deux points situés sur le cercle, s'appelle : ..... .

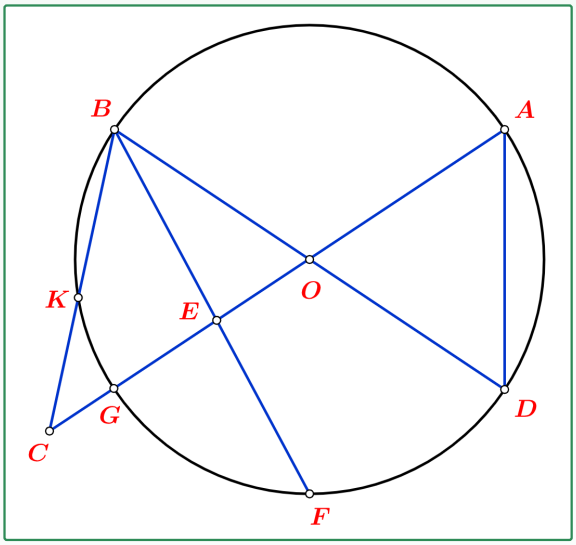
A une tangente B une corde C un rayon D un diamètre

7 Un segment qui rejoint deux points du cercle et qui passe par le centre du cercle, s'appelle : ..... .

A une tangente B une corde C un rayon D un diamètre

Exercice 3

Voir la figure suivante :



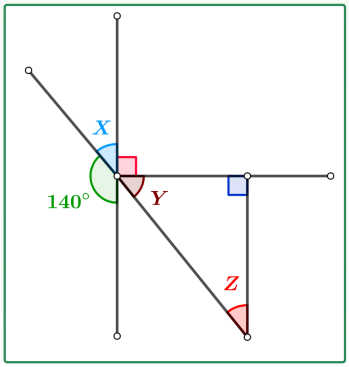
Mets une croix dans la colonne qui convient :

Angle	$\overset{\frown}{OAD}$	$\overset{\frown}{OBC}$	$\overset{\frown}{BCA}$	$\overset{\frown}{AOD}$	$\overset{\frown}{BOC}$	$\overset{\frown}{BEC}$	$\overset{\frown}{FBD}$	$\overset{\frown}{EBD}$	$\overset{\frown}{GEF}$
Angle inscrit									
Angle au centre									
Angle ni inscrit ni au centre									
L'arc									

Exercice 4

Voir la figure suivante :

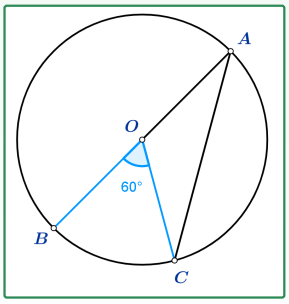
Calculer : X et Y et Z



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

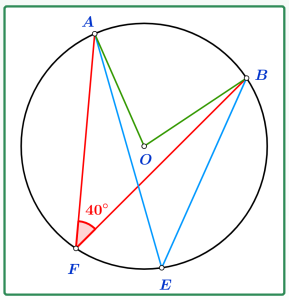
Exercice 5

➤ Calculer : $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BCO}$ et $\widehat{COA}$



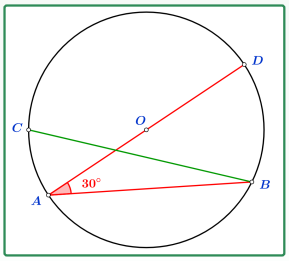
Exercice 6

➤ Calculer : $\widehat{AEB}$ et $\widehat{AOB}$.



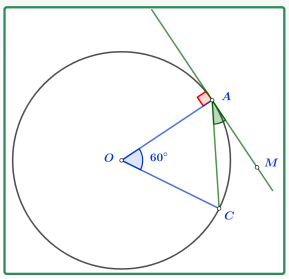
Exercice 7

➤ Calculer, en justifiant les réponses les mesures de trois angles :
$\widehat{ACD}$ et $\widehat{DOB}$ et $\widehat{ABD}$.



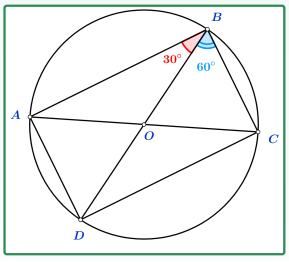
Exercice 8

➤ Calculer, en justifiant les réponses les mesures des angles :
$\widehat{OCA}$ et $\widehat{CAM}$.



Exercice 9

➤ Calculer, en justifiant les réponses les mesures des angles :
$\widehat{ACD}$ et $\widehat{CAD}$ et $\widehat{AOD}$ et $\widehat{ADC}$.



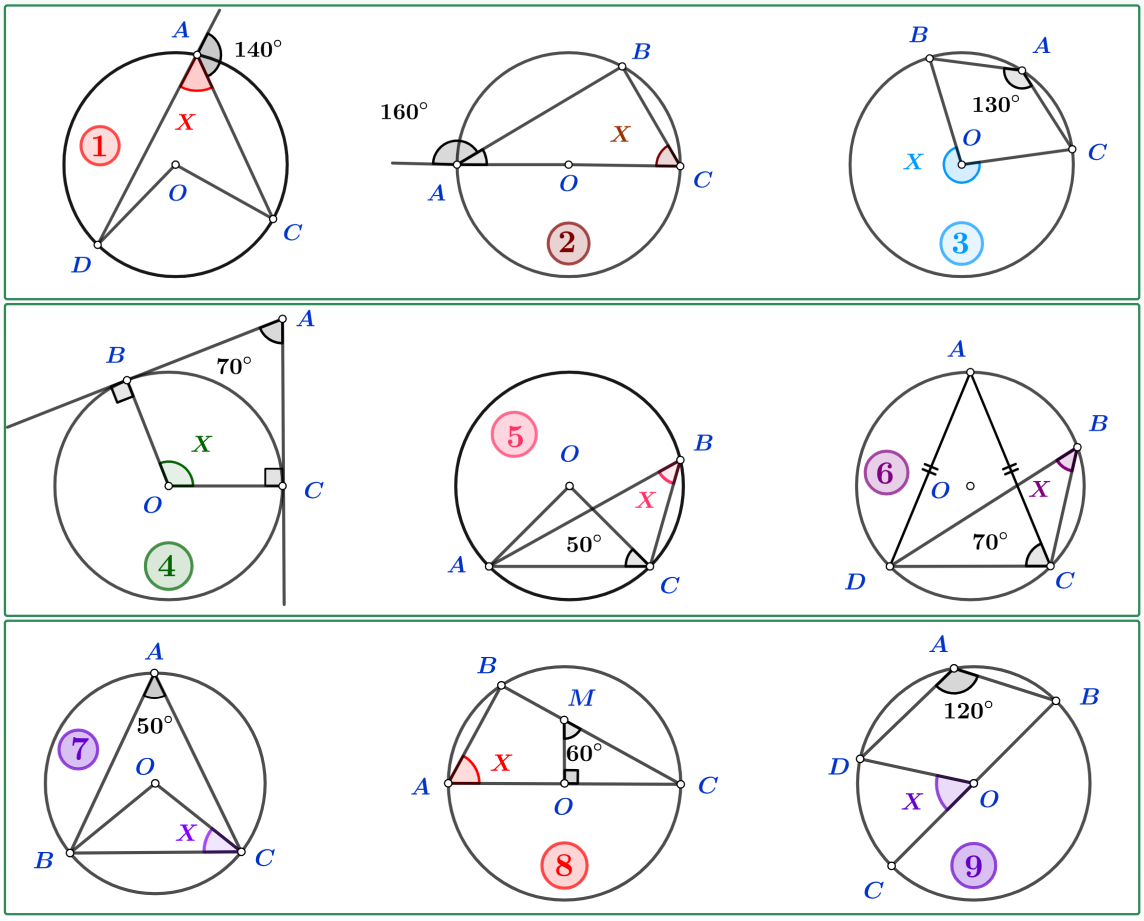
Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 10

Voir les figures suivantes :

Trouver la valeur de X dans chacune des figures suivantes :

La Figure	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Valeur de X									

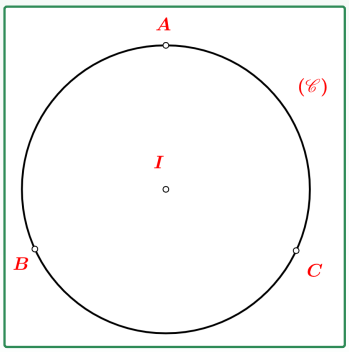


Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Série d'exercices N° 2
Angle inscrit et angle au centre

Exercice 1

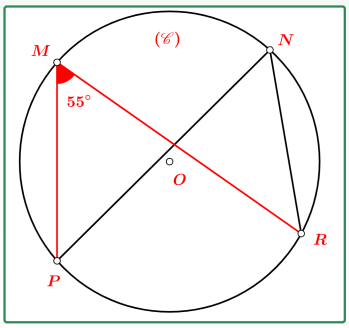
Dans la figure ci-dessous, les points A, B et C sont sur le cercle de centre I.



1. Reproduire la figure.
2. Colorer en rouge l'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit $\widehat{BAC}$.
3. Marquer en bleu l'angle au centre qui intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{BAC}$.
4. Sachant que $\widehat{BAC} = 65°$, déterminer, en justifiant la mesure de l'angle $\widehat{BIC}$.

Exercice 2

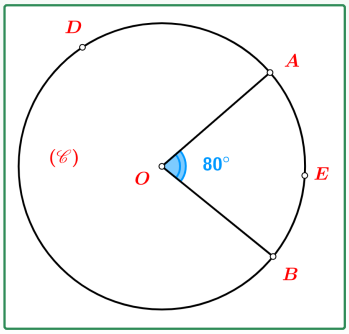
Dans la figure ci-dessous, les points P, M, N et R appartiennent à un même cercle (𝒞) de centre O.



➤ Déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{PNR}$.

Exercice 3

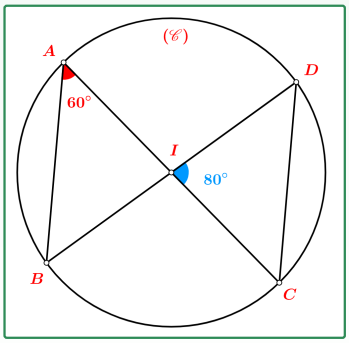
Dans la figure ci-dessous, les points A, E, B et D appartiennent au cercle de centre O.



1. Déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$.
2. Déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$.

Exercice 4

Dans la figure ci-dessous, les points A, B, C et D. appartiennent au cercle de centre I.



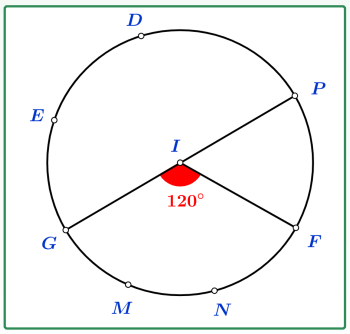
1. Déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$.
2. Déterminer, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{ABD}$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

On considère la figure ci-dessous dans laquelle :

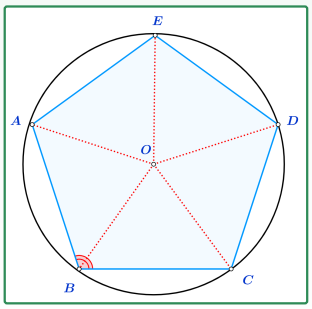
- Les points E, D, P, F, N, M et G appartiennent au cercle de centre I.
- Le segment [GP] est un diamètre du cercle.



1. Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{GEF}$ est égale à celle de l'angle $\widehat{GDF}$. Quelle est cette mesure ? Justifier.
2. Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{GEP}$ est égale à celle de l'angle $\widehat{GMP}$. Quelle est cette mesure ? Justifier.
3. Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{GMF}$ est égale à celle de l'angle $\widehat{GNF}$. Calculer la mesure de $\widehat{GMF}$. Justifier.

Exercice 6

- Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ sachant que ABCDE est un pentagone régulier.



Exercice 7

1. Construis un triangle ABC puis trace le cercle (𝒞) circonscrit à ce triangle.
2. Soit O le centre de ce cercle et M le symétrique de B par rapport à O.
   Donner la relation entre les mesures des angles suivants :
   - $\widehat{MOC}$ et $\widehat{MBC}$
   - $\widehat{MOA}$ et $\widehat{MBA}$
   - Déduis-en $\widehat{BAM}$ en fonction de $\widehat{AOC}$.
3. Comparer $\widehat{BAM}$ et $\widehat{BCM}$.
4. Déduis-en la nature de chacun des triangles ABM et MCB.

Exercice 8

ABC est un triangle rectangle en B tel que AB **= 5 cm** ; $\widehat{BAC}$ **= 30°**.

1. Construis ABC.
2. Construis le cercle circonscrit au triangle ABC son centre est O.
3. La hauteur (BI) de ABC coupe (AC) en I et le cercle en J. Déterminer $\widehat{BJC}$.
4. Calculer les mesures des angles du triangle BOC.
5. Calculer les mesures des angles du triangle ABJ.

Exercice 9

Soit un cercle (𝒞) de centre O et de rayon **4 cm** et [AD] un de ses diamètres.

1. Construire le point G tel que le triangle ADG soit un triangle équilatéral.
2. De l'autre côté de la droite (AD), placer le point B du cercle, tel que AB **= 4 cm**.
3. Démontrer que le triangle OAB est équilatéral.
4. Justifier que les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ADG}$ sont égaux.
5. La droite (BG) coupe [AD] en J.
   - En utilisant le théorème de Thalès justifier que $\frac{IA}{ID} = \frac{1}{2}$.
   - Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AJB}$.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

TRIANGLES SEMBLABLES

Chapitre 10

Sommaire du chapitre 10

1. Triangles Semblables 117
2. Rapport de similitude 118
3. Cas de similitude 118

Activité 1

- Construire un triangle ABC et une parallèle au côté BC coupant les droite AB et AC Respectivement en M et N.
- Comparer les angles du triangle AMN aux angles du triangle ABC.
- Retrouver, les relations entre les côtés du triangle AMN et ceux du triangle ABC.
- Dessiner deux triangles isocèles ayant pour angle principal **45°** Peut-on les placer dans des positions comparables à celles des triangles ABC et AMN et cela de plusieurs façons ? (on pourra découper ces triangles sur des papiers de couleurs différentes).

Même exercice qu'en utilisant deux triangle équilatéraux, deux triangles rectangles et isocèles, deux triangle rectangles ayant un angle de **40°**

1. TRIANGLES SEMBLABLES

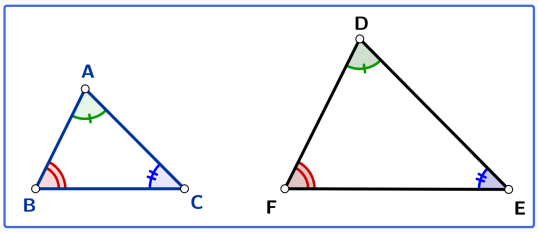
Définition 1

On dit que deux triangles sont semblables pour exprimer que leur angles sont respectivement égaux et que les côtés de l'un sont proportionnels aux côtés respectivement opposés aux angles homologues de l'autre.

Exemple 1

Les triangles ABC et DEF sont semblables en effet :

- $\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$
- $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$
- $\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$



Remarque. Il est évident que :

- Deux triangles égaux sont semblables.
- Deux triangles semblables à un troisième sont semblables entre eux.
- Si deux triangles sont semblables, tout triangles égal à l'un d'eux est semblable à l'autre.

Exercice 1

Un triangle a un angle de **72°** et un angle de **43°**.
Un autre triangle a un angle de **72°** et un angle de **65°**.
Ces deux triangles sont-ils semblables ?

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 2

Dans deux triangles isocèles, les bases et les côtés égaux sont dans le même rapport. Ces triangles sont-ils semblables ?

Activité 2

Soit un triangle ABC. Traçons une droite (D) parallèle au support de [BC] et ne passant pas par A.
La droite (D) coupe les supports respectifs de [AB] et de [AC] en B′ et C′.
Nous avons déjà démontré (Th.Thalès) que l'on a, dans ce cas :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

➤ Les côtés du triangle AB′C′ sont proportionnels aux côtés du triangle ABC. Comparons les angles de ces triangles.

2. RAPPORT DE SIMILITUDE

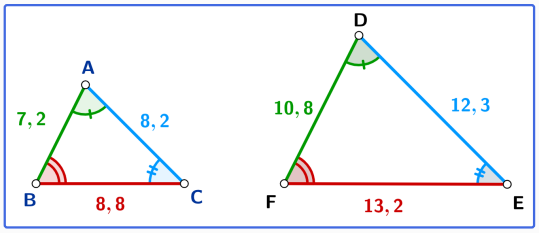
Définition 2

Quand deux triangles sont semblables, le rapport d'un côté quelconque de l'un au côté homologue de l'autre est appelé **rapport de similitude** du premier triangle au second.

Exemple 1

Les triangles ABC et DEF sont semblables.

Les côtés du triangle ABC sont proportionnels aux côté du triangle DEF.



Si l'on désigne par k le rapport de similitude du triangle DEF au triangle semblable ABC on a :
$\frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AB} = \frac{DE}{AC}$ le rapport de similitude du triangle ABC au triangle DEF est $\frac{1}{k}$.
On constate ainsi que $\frac{10.8}{7.2} = \frac{12.3}{8.2} = \frac{13.2}{8.8} = 1.5$

Exercice 3

On donne un triangle ABC et la perpendiculaire xy à BC en B. le support de AC coupe xy en E. le cercle de diamètre AB coupe BE en F et BC en H.

1. Quelle est la nature du quadrilatère AFBH ?
2. Démontrer que les triangles AHC et EFA sont semblables.

Activité 3

1. Deux triangles ABC , DEF sont tels que : $\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{E}$, AB = DE. Que peut-on dire de ces triangles ?
2. Deux triangles ABC , DEE sont tels que : $\widehat{A} = \widehat{D}$.
   On superpose ces angles de manière que E se place sur le support de AB et F sur le support de AC.
   Trouver une égalité ne faisant Intervenir aucun angle et qui entraîne que EF parallèle à BC

3. CAS DE SIMILITUDE

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

3.1. Premier cas de similitude

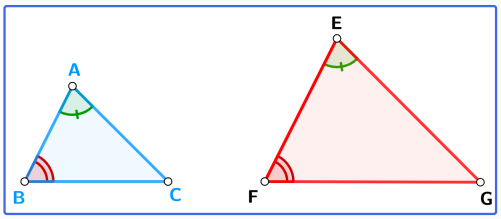
Définition 3

Si deux triangles sont tels que deux angles de l'un soient respectivement égaux à deux angles de l'autre, ils sont semblables.

Exemple 1

➤ Si $\begin{cases} \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \\ \widehat{ABC} = \widehat{EFG} \end{cases}$

☛ Alors ABC et EFG sont semblable.



3.2. Deuxième cas de similitude

Définition 4

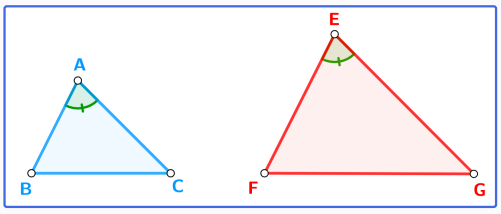
Si deux triangles sont tels :

- ✯ Qu'un angle de l'un est égal à un angle de l'autre ;
- ✯ Que les cotés qui limitent l'un de ces angles sont proportionnels aux cotés qui limitent l'autre angle, ces triangles sont semblables.

Exemple 2

➤ Si $\begin{cases} \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \\ \dfrac{BA}{FE} = \dfrac{AC}{EG} \end{cases}$

☛ Alors ABC et EFG sont semblable.



3.3. Troisième cas de similitude

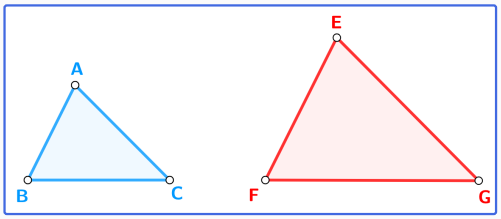
Définition 5

Deux triangles tels que les trois côtés de l'un soient Proportionnels aux trois côtés de l'autre sont semblable.

Exemple 3

➤ Si $\dfrac{EF}{AB} = \dfrac{EG}{AC} = \dfrac{FG}{BC}$

☛ Alors ABC et EFG sont semblable.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Série d'exercices N° 1
Triangles Semblables

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes.

1. Si deux triangles ont le même périmètre, alors ils sont semblables.
2. Si deux triangles ont la même aire, alors ils sont semblables.
3. Tous les triangles équilatéraux sont semblables.
4. Tous les triangles rectangles sont semblables.
5. Tous les triangles rectangles isocèles sont semblables.
6. Tous les triangles rectangles ayant un angle aigu égal sont semblables.

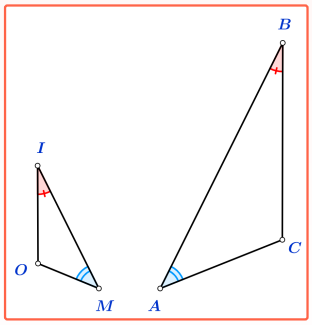
Exercice 2

Répondre aux questions suivantes en justifiant :

1. Deux triangles équilatéraux sont semblables ?
2. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?
3. Deux triangles isocèles sont semblables ?

Exercice 3

Ces triangles ABC et MOI sont semblables.



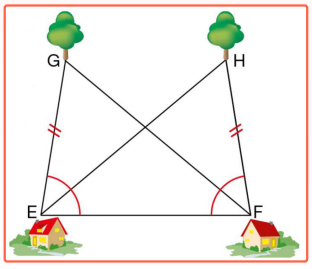
Recopier et compléter ce tableau.

Angles homologues	Sommets homologues	Côtés homologues
$\widehat{ABC}$ et	B et	[AC] et .....
$\widehat{BAC}$ et	A et	[BC] et .....
$\widehat{ACB}$ et	C et	[AB] et .....

Exercice 4

Un géomètre a établi les égalités suivantes :
EG = FH et $\widehat{FEG} = \widehat{EFH}$.

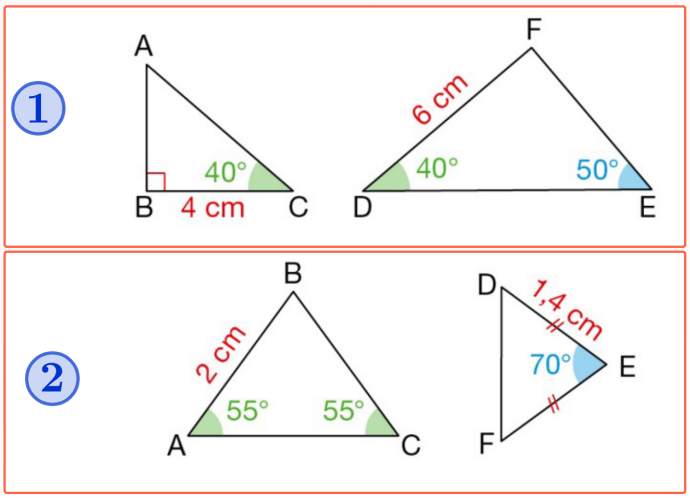
1. Justifier l'égalité des triangles EFG et FEH.
2. En déduire que EH = FG.



Exercice 5

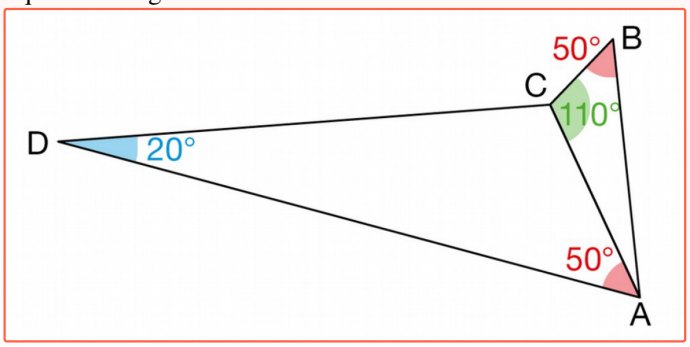
Dans chaque cas, expliquer pourquoi les deux triangles sont semblables, puis donner le rapport de réduction ou d'agrandissement qui permet de passer du triangle ABC au triangle DEF.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56



Exercice 6

➤ Expliquer pourquoi que les triangles ABC et ADC sont semblables.



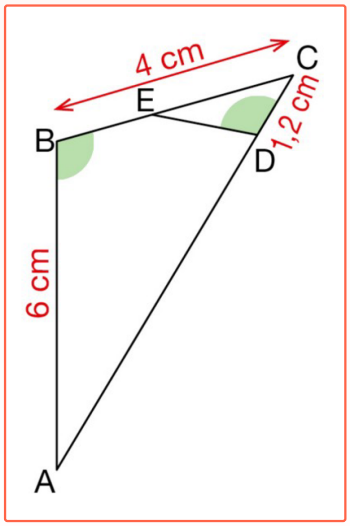
Exercice 7

➤ ABC est un triangle tel que AB = **6 cm** et BC = **4 cm**.

D est le point du côté [AC] tel que CD = **1,2 cm**.

E est le point du côté [BC] tel que $\widehat{CDE} = \widehat{ABC}$.

1. Démontrer que les triangles ABC et CDE sont semblables.
2. Indiquer les sommets et les côtés homologues.
3. Calculer la longueur ED.



Exercice 8

➤ ABC et EFG sont deux triangles tels que :

AB = **5 cm** , AC = **8 cm** , BC = **6,5 cm**

EF = **1 cm** , EG = **1,6 cm** , FG = **1,2 cm**

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Les triangles ABC et EFG sont-ils semblables ? Expliquer.

Exercice 9

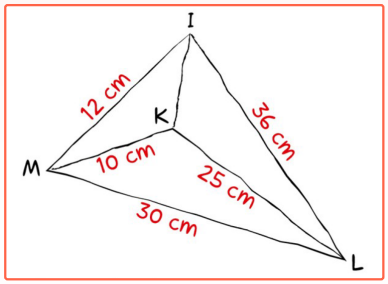
➤ IJK est un triangle isocèle en I tel que IK = **5 cm** et KJ = **7 cm**.

LMN est un triangle isocèle en L tel que LM = **8 cm** et MN = **11,2 cm**.

Les triangles IJK et LMN sont-ils semblables ? Expliquer.

Exercice 10

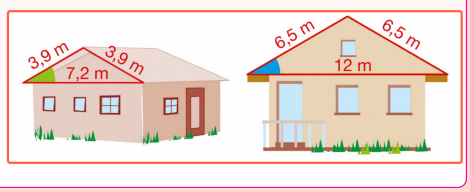
1. Utiliser les informations données sur cette figure à main levée pour démontrer que les triangles IML et MKL sont semblables.
2. Préciser les angles de même mesure.



Exercice 11

➤ Salma affirme : ≪ Les angles vert et bleu ont même mesure. ≫

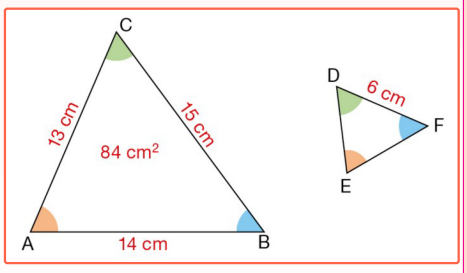
Cette affirmation est-elle exacte ? Expliquer.



Exercice 12

➤ Ces triangles ABC et DEF sont semblables.

1. Calculer les longueurs DE et EF.
2. Sachant que l'aire du triangle ABC est **84 cm²**, calculer l'aire du triangle DEF.



Remarque. Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les aires sont multipliées par k^2

Exercice 13

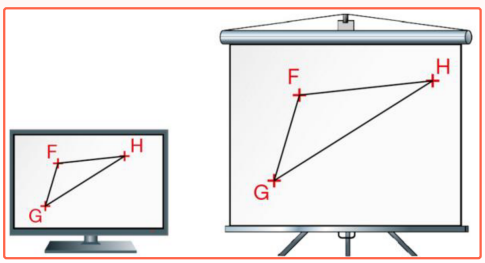
Un professeur projette un triangle FGH à l'aide d'un vidéo projecteur.

➤ Sur l'ordinateur, le triangle FGH est tel que :

FG = **3 cm,** FH = **4,5 cm,** GH = **6,3 cm**.

➤ Sur l'écran, le côté [GH] mesure **105 cm**.

Quelles sont les longueurs des segments [FG] et [FH] sur l'écran ?



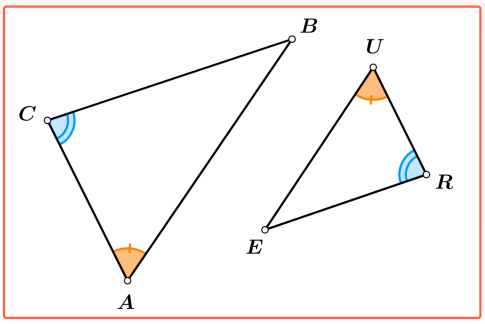
Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 14

➤ Ces triangles ABC et RUE sont semblables.

Quel est l'homologue :

1. du sommet B ?
2. du côté [RE] ?
3. du côté [UE] ?
4. de l'angle $\widehat{BCA}$?

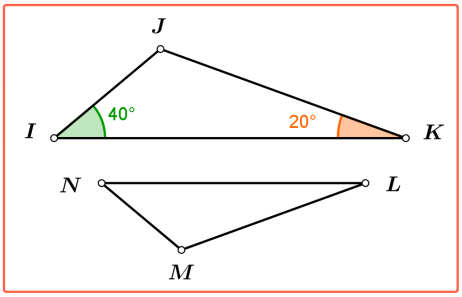


Exercice 15

Ces triangles IJK et MNL sont semblables.

Les côtés [LM] et [JK] sont homologues, de même que les côtés [JI] et [MN].

➤ Donner les mesures des angles du triangle LMN ➤ Expliquer.

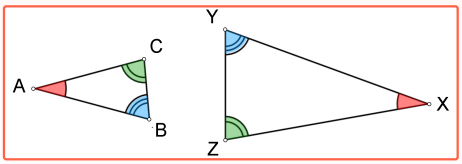


Exercice 16

Voici deux triangles semblables sur lesquels les angles de même mesure ont été codés de la même manière :

➤ Complète l'égalité en n'utilisant que des lettres :

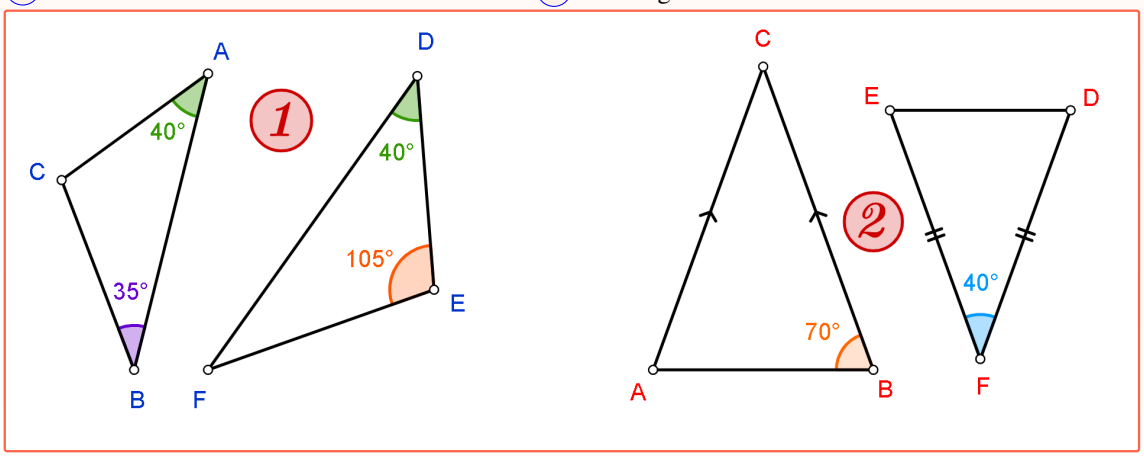
$$\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$$



Exercice 17

Ces triangles MER et OLA sont semblables. Quel est l'homologue :

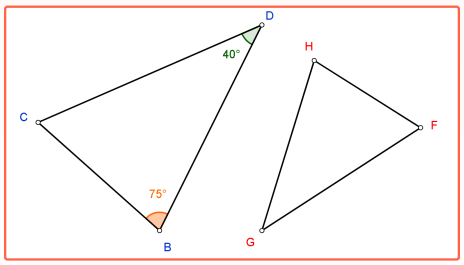
1. du sommet L ?
2. du sommet E ?
3. du côté [ME] ?
4. de l'angle $\widehat{LAO}$?



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 18

Ces triangles BCD et FGH sont semblables. Les côtés [BC] et [HF] sont homologues, de même que les côtés [BD] et [GF].



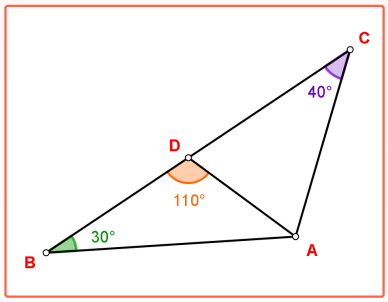
1 Compléter ce tableau.

Sommets homologues	Angles homologues
B et	$\widehat{DBC}$ et .....
D et	$\widehat{BDC}$ et .....
C et	$\widehat{BCD}$ et .....

2 Déterminer les mesures des angles du triangle HFG.

Exercice 19

Expliquer pourquoi les triangles ABC et ABD sont semblables.

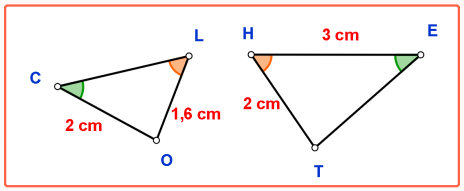


Exercice 20

Ces triangles COL et THE sont semblables.

1 Compléter ce tableau.

Sommets homologues	Cotés homologues
C et	[OL] et .....
L et	[CO] et .....
O et	[CL] et .....



2 Compléter ces égalités de rapports de longueurs $\frac{LO}{.....} = \frac{.....}{HE} = \frac{.....}{.....}$, puis calculer les longueurs LC et TE.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

DEVOIRS

Chapitre 11

Devoir à domicile N° 1
Modèle N° 1
Semestre 1

Exercice 1 :

❖ Vérifier que les nombres suivants sont des entiers relatifs :

- $\sqrt{225}$
- $\left(2\sqrt{7}+1\right)^2-4\sqrt{7}$
- $\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)$
- $\sqrt{\dfrac{81}{121}}$
- $2\sqrt{\dfrac{4}{3}}\times\sqrt{\dfrac{27}{16}}$
- $\sqrt{900+1600}$
- $\sqrt{3}\left(\sqrt{27}+4\sqrt{3}\right)$
- $\left(-\sqrt{7}\right)^2$
- $\left(\sqrt{-5^2}\right)$
- $(-2)^4$
- $5^8\times5^{-8}$
- $\dfrac{\left(\sqrt{2}\right)^{-4}}{\left(\sqrt{2}\right)^{-6}}$
- $\left(\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^3\right)^4$

Exercice 2 :

1. Développer et simplifier ce qui suit :
   - $\left(5\sqrt{2}x-3\right)^2+\left(2\sqrt{2}x+3\right)^2$
   - $\left(3\sqrt{11}x+4\right)\left(3\sqrt{11}x-4\right)$
   - $\left(1-\dfrac{x}{2}\right)\left(\dfrac{x}{2}+1\right)$
   - $\left(\dfrac{5}{3}x+\dfrac{3}{5}\right)^2$
   - $(x+1)^4$
2. Factoriser les expressions suivants :
   - $15x^2+6x$
   - $(x+1)(2x+1)-(2x+1)^2$
   - $(x-1)^2-(2x+1)^2$
   - $25x^2-9$
   - $x^2+4x+4-(x-1)^2$
   - $x(x-1)^2+2(x-1)^2$
   - $-2x^2+12x-18$
   - $7x^2-4\sqrt{7}x+4$
   - $(3x+1)^2-\dfrac{3}{5}x^2$
   - $2x^2+\sqrt{40}x+5$

Exercice 3 :

1. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a est un entier relatif et b est un entier naturel (b doit être le plus petit possible) :
   - $\sqrt{147}$
   - $3\sqrt{3}\times2\sqrt{21}$
   - $2\sqrt{32}-3\sqrt{7}$
   - $3\sqrt{50}+\sqrt{18}-7\sqrt{2}$
   - $3\sqrt{112}-10\sqrt{175}+\sqrt{3}\times\sqrt{21}$
2. Montrer que :
   - $\dfrac{3}{\sqrt{12}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
   - $\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
   - $\dfrac{4}{1-\sqrt{5}}=-1-\sqrt{5}$
   - $\dfrac{3\sqrt{3}+2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}-2\sqrt{7}}=-55-12\sqrt{21}$
3. Résoudre les équations suivantes :
   - $x^2=12$
   - $x^2=64$
   - $-x^2=-36$
   - $4x^2=9$
   - $x^2=-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4 :

❖ a et b sont deux nombres réels ($a \neq 0$ et $b \neq 0$). On pose : $F = \dfrac{(a^2b^{-2})^{-5}}{\left((a^3)^2\, b^{-4}\right)^{-2}}$

1. Montrer que $F = (ab)^2$
2. Sachant que $a = 5 \times 10^{-5}$ et $b = 10^{15}$
   a. Calculer F
   b. Donner l'écriture scientifique de F
3. Simplifier l'expression A telle que : $A = \dfrac{a^n b - a^{n+1}}{b^n a - b^{n+1}} \times \left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n}$
   avec n est un entier naturel , a et b sont deux nombres réels tels que : $a \neq b$; $a \neq 1$; $a \neq -1$.

Exercice 5 :

❖ Montrer que :

- $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = 9$
- $\left(1 + \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}\right)^2 = 1 + \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{1}{(n+1)^2}$ (n est un entier naturel non nul).
- La somme de quatre puissance consécutifs de **4** est un multiple de **85**.

NB : ce travail est à rendre pour le ... / ..... / 20 ..

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Devoir à domicile N° 1
Modèle N° 2
Semestre 1

Exercice 1 :

1) Calculer :

$$A = \sqrt{64} + \sqrt{(-3)^2} \quad , \quad B = \sqrt{4.5} \times \sqrt{2} + \frac{\sqrt{432}}{\sqrt{3}}$$

$$C = \sqrt{3} \times \sqrt{\frac{14}{6}} \times \sqrt{7} \quad , \quad D = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \times \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$$

2) Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers :

$$E = 3\sqrt{20} - 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}$$

3) Rendre rationnel les dénominateurs des nombres suivants :

$$\frac{\sqrt{2}+5}{3\sqrt{2}} \quad , \quad \frac{2\sqrt{2}-3}{2\sqrt{2}+3} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{7}}-2}$$

4) Montrer que $F = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}}$ est un entier relatif

5) Résoudre les équation

$$4x^2 - 3 = 13 \quad , \quad x^2 = \sqrt{5} + 1 \quad , \quad x^2 + 5 = 0$$

Exercice 2 :

1) Développer et réduire :

$$A = (2x+1)^2 \quad , \quad B = \left(2x - 3\sqrt{5}\right)\left(2x + 3\sqrt{5}\right) \quad , \quad C = \left(x - 5\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{3}x + 2\right)^2$$

2) Factoriser :

$$D = 49x^2 - 28x + 4 \quad , \quad E = 7x^2 - 11$$

$$F = 9x^2 - 6x + 1 - (3x-1)(5x+2) \quad , \quad G = 5x^2 - 6\sqrt{5}x + 8$$

3) Montrer que : $\sqrt{12 + 6\sqrt{3}} + \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} = 6$

Exercice 3 :

1) Calculer :

$$A = \left(-\sqrt{2}\right)^3 \quad , \quad B = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \times \left(\frac{1}{2}+1\right)^4 \quad , \quad C = \left(3^{-2} + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2\right)^{2019}$$

2) Ecrire sous forme d'une seul puissance : (a un nombres non nul)

$$E = \frac{a^{-8} \times a^{-12}}{\left(a^{-2}\right)^3 \times \left(a \times a^{-3}\right)^{-1}} \quad , \quad D = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{\sqrt{7}}\right)^5 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)^{-8}$$

3) Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants

$$F = 0.0572 \times 360 \quad , \quad G = \frac{4.5 \times \left(10^{-4}\right)^3 \times 26 \times 10^{-4}}{1.8 \times \left(10^{-2}\right)^2} \quad , \quad H = 2{,}56 \times 10^{-3} + 0.45 \times 10^{-2}$$

NB : ce travail est à rendre pour le ... / ..... / 20 ..

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

DEVOIR À DOMICILE N° 2
MODÈLE N° 1
SEMESTRE 1

Exercice 1 :

1) Comparer les nombres $7\sqrt{2}$ et $5\sqrt{3}$

2) En déduire la comparaison des nombres :

   a) $21\sqrt{2}+15$ et $10\sqrt{3}+7$

   b) $\dfrac{1}{7\sqrt{2}+15}$ et $\dfrac{1}{5\sqrt{3}+9}$

3) m et n deux nombres réels tel que : $11m-7\sqrt{2}=11n-5\sqrt{3}$

   ✎ Comparer m et n

Exercice 2 :

Soient x ; y et z des nombres réels tels que : $2\leq x\leq 3$; $-5\leq y\leq -4$ et $4\leq \sqrt{-5z+1}\leq 6$

1) Montrer que $-7\leq z\leq -3$

2) Encadrer :

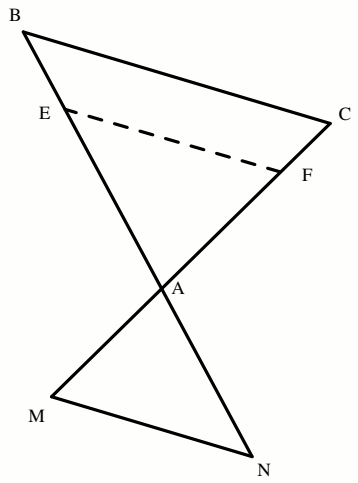
$$3x+2y \quad ; \quad 5x-y \quad ; \quad x^2+yz \quad ; \quad \frac{2x+1}{5x-y}$$

Exercice 3 :

Sur la figure ci-contre , les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

(BC) // (MN) ; AB = $\sqrt{18}$; AC = $\sqrt{12}$; BC = 4

AE = 3 ; AF = $\sqrt{6}$ et AN = $\sqrt{3}$



1) Montrer que : AM = $\sqrt{2}$

2) Calculer MN

3) Montrer que : (BC) // (EF)

4) Montrer que : AN × AF = AE × AM

Exercice 4 :

➤ MNP est un triangle dont le périmètre est inférieur à $22cm$ et PN = $5cm$ et PM = $9cm$.

1) Montrer que : $4cm <$ MN $< 8cm$

NB : ce travail est à rendre pour le ... / ..... / 20 ..

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Devoir à domicile N° 2
Modèle N° 2
Semestre 1

Exercice 1 :

1) x et y sont deux nombres réels tels que : $-x + y = 9\sqrt{7}$. Comparer x et y.

2) On considère les nombres réels suivants : $a = -8\sqrt{2}$; $b = -7\sqrt{3}$. Calculer a^2 et b^2

$a^2 =$ $b^2 =$

3) Comparer : a et b

4) Déduire la comparaison de :

- $28\sqrt{3}$ et $24\sqrt{2}$
- $\frac{7}{5} + 28\sqrt{3}$ et $24\sqrt{2} + \frac{3}{5}$
- $\sqrt{24\sqrt{2} + \frac{3}{5}}$ et $\sqrt{\frac{7}{5} + 28\sqrt{3}}$
- $\frac{-1}{8\sqrt{2}}$ et $\frac{-1}{7\sqrt{3}}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

5 x ; y et z sont des nombres réels tels que : $3 \leq x \leq 7$; $-4 \leq y \leq -2$ et $5 \leq z \leq 7$.
Donner un encadrement de :

- $x + y$
- $x - y$
- xy
- $\frac{x}{z}$
- y^2
- $\frac{1}{x^2}$
- $-2x - 8y$
- $\frac{z}{-2x - 8y}$

6 soit c un nombre réel tel que : $-5 \leq \frac{-5c - 10}{3} \leq 5$. Montrer que $-5 \leq c \leq 1$

7 a ,b et c trois nombres réels positifs.

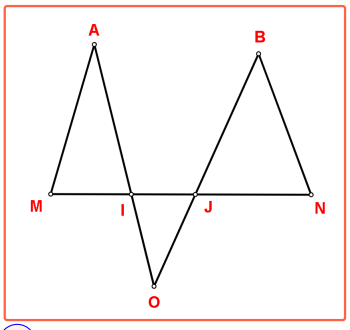
a) Montrer que : $a + 2 \geq 2\sqrt{2a}$

b) Déduire que : $(a + 2)(b + 2)(c + 2) \geq 2^4 \sqrt{2abc}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 2 :

1) Dans la figure ci-dessous on a : (AM)//(OB) et (BN)//(OA).
On pose OI = **3** ; IA = **2** ; OJ = **6** ; JB = **4**

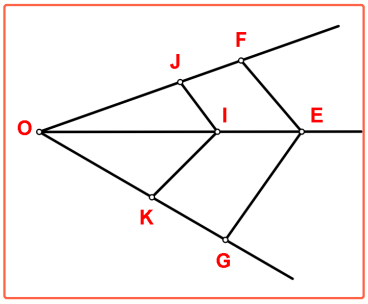


a) Calculer NB

b) Calculer AM

c) Montrer que (IJ)//(AB)

2) Dans la figure ci-dessous on a : (IJ)//(EF) et (IK)//(EG) . Montrer que (JK)//(FG.



NB : ce travail est à rendre pour le ... / ..... / 20 ..

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Devoir à domicile N° 3
Modèle N° 1
Semestre 1

Exercice 1 :

(1) Compléter par vrai ou faux :

➤ Le théorème indirect de Pythagore sert à démontrer que deux droites sont parallèles . . . . . .

➤ Dans un triangle rectangle le cosinus d'un angle aigu est égale le quotient de la longueur de l'hypoténuse par la longueur de l'adjacent . . . . . .

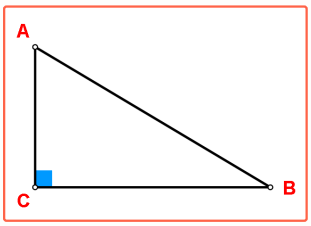
➤ Dans un cercle deux angles interceptent même arc l'un est inscrit et l'autre au centre ont même mesure . .

➤ Deux triangles superposables sont semblables . . . . . .

(2) ABC est un triangle rectangle en C, et β la mesure d'un angle aigu.

➤ Compléter ce qui suit :

- AB^2 = ...
- BC^2 = ...
- **sin** $\widehat{ABC}$ = ...
- **tan** $\widehat{BAC}$ = ...
- **cos** $\widehat{BAC}$ = ...
- $\tan(\beta) = \dfrac{\sin(\beta)}{\ldots\ldots}$. Alors $\cos(\beta)$ = ...
- $\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta)$ = ... Alors $\cos^2(\beta)$ = ...



Exercice 2

❖ (C) est un cercle de centre O.

$\widehat{BDC} = 60°$. $\widehat{ABD} = 50°$, AB = DC et E le point d'intersection de (AC) et (BD). (voir figure)

(1) Donner la mesure des angles BAC , ACD et BOC. Justifiée votre réponse.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

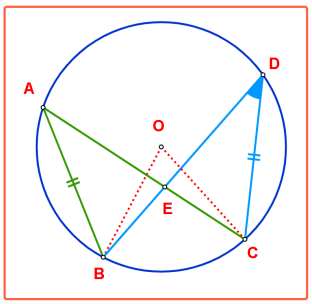
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .



(2) Montrer que les triangles EAB et EDC sont isométriques.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

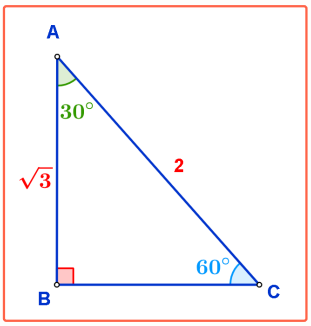
. . . . . .

. . . . . .

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 3

❖ ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = $\sqrt{3}$ et AC = 2. (voir figure)



1. Calculer BC

2. H est un point du segment [AC] tel que AH = $\frac{3}{2}$ et BH = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

❖ Montrer que le triangle ABH est rectangle en H.

3. Calculer les rapports trigonométriques de l'angle ACB puis déduire les rapports trigonométriques de l'angle BAC.

4. β la mesure d'un angle aigu tel que $\cos(\beta) = \frac{2}{3}$. Calculer $\sin(\beta)$ et $\tan(\beta)$

5. Montrer que $\sqrt{2(1-\cos(\beta))} \times \sqrt{8(1+\cos(\beta))} = 4\sin(\beta)$

6. Montrer que : $\cos(17°) - \tan(73°)\left(\tan(17°) + \cos(73°)\right) = -1$.

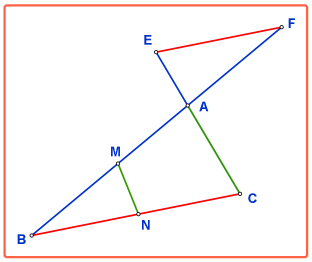
NB : ce travail est à rendre pour le ... / ..... / 20 ..

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Devoir à domicile N° 3
Modèle N° 2
Semestre 1

Exercice 1 :

❖ On considère la figure ci-contre tel que : (EF)//(BC) et AB = 5, AE = 2, BC = 6.



1. Calculer la longueur EF.
2. Soient M ∈ [AB] et N ∈ [BC] , tels que : BM = 1 et BN = 1,2.
   - a. Montrer que : (MN)//(AC).
   - b. Montrer que AC = 5MN.
   - c. Montrer que EF × MN = AF × BN.

Exercice 2 :

❖ Soient x et y deux nombres réels tels que $x = 2\sqrt{2} - \sqrt{27}$ et $y = \sqrt{3} - \sqrt{12}$.

1. Montrer que $x - y = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$.
2. Comparer $5\sqrt{2}$ et $4\sqrt{3}$, et déduire une comparaison de x et y.
3. Comparer $-\sqrt{8}$ et $-3\sqrt{2}$, puis déduire une comparaison de $\dfrac{\sqrt{2}}{8-\sqrt{2}}$ et $\dfrac{\sqrt{2}}{8-3\sqrt{2}}$.

Exercice 3 :

❖ Soit x un nombre réel tel que $x < -12$.

1. Comparer 13 et $-5x + 3$.
2. Soient a et b deux nombres réels. Montrer que $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
3. Montrer que pour tout nombre réel a on a : $a^2 - 12a \geq 36$.
4. Soient m et n deux nombres réels tels que $m = n - 3$. Comparer m et n.
5. Soit a un nombre réel tel que $a \geq -2$. Montrer que : $\dfrac{-3a+4}{5} \leq 2$
6. Soient x et y deux nombres réels tels que $-2 \leq x \leq -1$ et $1 \leq 2y - 1 \leq 3$
   - i. Montrer que $1 \leq y \leq 2$.
   - ii. Donner un encadrement de chacun des nombres :
     - $a + b$
     - $a - b$
     - $-ab$
     - $\dfrac{a}{b}$

Exercice 4 :

❖ Soient a et b deux nombres réels tels que $b < 0$.

1. Comparer X et Y sachant que $X = \dfrac{a-b}{2}$ et $Y = \dfrac{a+b}{2}$.
2. Soient m et n deux nombres réels tels que $m \geq 3$ et $n \leq 1$. Monter que $-2n + m \geq 1$
3. Soient x et y et z des nombres réels tels que $-3 \leq x \leq -2$ et $1 \leq y \leq 5$ et $4 \leq \sqrt{-5z+1} \leq 6$.
   - a. Encadrer $x + y$; $x - y$; $x \times y$; $2y^2$; $\dfrac{1}{x}$
   - b. Montrer que $-7 \leq z \leq -3$
   - c. Déterminer un encadrement de $\dfrac{z}{x}$ et $\dfrac{2z-x}{y+x}$.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Devoir à domicile N° 3
Modèle N° 3
Semestre 1

Exercice 1 :

1) Comparer : 6 et $3\sqrt{2}$

2) Développer : $\left(3\sqrt{2}-6\right)^2$ et en déduire la valeur de $\sqrt{54-36\sqrt{2}}-(6-3\sqrt{2})$

3) a et b deux nombres réels tel que : $2 \leq a \leq 3$ et $-6 \leq b < -4$ et $4a+c=2b$

   a) Encadrer $a+b$; $a \times b$; $4b-3a$ b) En déduire l'encadrement de c

4) z est un nombre réel tel que : $-9 \leq -2z+1 \leq 5$

   a) Encadrer z . b) Montrer que : $\dfrac{1}{15} \leq \dfrac{1}{2z+5} \leq 1$

Exercice 2 :

❖ Soit M un nombre réel tel que : $M = \sqrt{5-\sqrt{21}} - \sqrt{5+\sqrt{21}}$.

1) Comparer $5+\sqrt{21}$ et $5-\sqrt{21}$

2) En déduire le signe du nombre M

3) Calculer M .

4) Simplifier M

Exercice 3 :

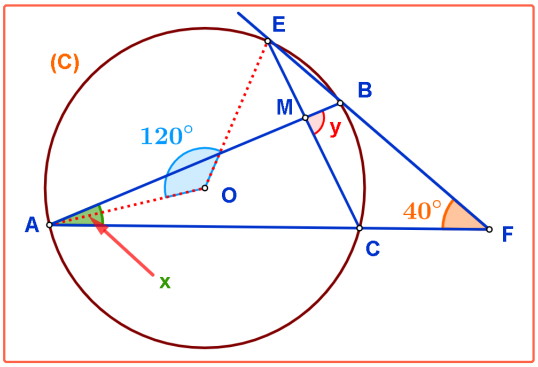
❖ On considère la figure ci-contre, tel que : (C) est un cercle de centre O.
E , B , C , A des points de (C). (EB) et (AC) se coupent en F tel que : $\widehat{BFC} = 40°$.
(EC) et (AB) se coupent en M.
La mesure de l'angle au centre $\widehat{EOA}$ est $120°$.

1) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{EBA}$ puis en déduire que $\widehat{ABF} = 120°$.

2) Déterminer x la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

3) Montrer que : $\widehat{BEC} = \widehat{BAC}$

4) Prouver que $\widehat{ECA} = 60°$ puis déterminer y la mesure de l'angle $\widehat{BMC}$.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

CONTRÔLES

Chapitre 12

DEVOIR SURVEILLÉ N° 1
MODÈLE N° 1
SEMESTRE 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

Très important *: La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

Exercice 1 (3 pts)

❖ Calculer A ; B et C sachant que :

$$A = \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(1+\frac{1}{3}\right)^{-2} \quad ** \quad B = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} - 3^{-1} \quad ** \quad C = \frac{-8}{3} \times \frac{27}{8} + 3^2$$

Exercice 2 (2 pts)

❖ a est un nombre réel non nul. Écrire E et F sous forme de puissances

$$E = \left[(-3)^2\right]^4 \times \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} \times (27)^{-3} \quad ** \quad F = \frac{a^{-5} \times (a^2)^5}{a^3}$$

Exercice 3 (2,5 pts)

❖ a et b sont deux rationnels non nuls

On pose : $M = \dfrac{(a^3b^{-2})^{-3} \times b^3}{((a^2)^4 \times b^{-3})^{-2} \times a^5}$

1. Montrer que $M = a^2b^3$ ..... (1 pt)
2. Sachant que $a = 4 \times 10^{-2}$ et $b = 10^2$. Calculer M ..... (1 pt)
3. Donner l'écriture scientifique de M ..... (0,5 pt)

Exercice 4 (4 pts)

❖ On pose : $N = (3x+1)^2 - (x-3)^2$

1. Développer et réduire N ..... (1 pt)
2. Prouver que : $N = (4x-2)(2x+4)$ ..... (0,5 pt)
3. Calculer N pour $x = -2$ ..... (0,5 pt)
4. Résoudre l'équation $N = 0$ ..... (1 pt)

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 5 (5 pts)

❖ Donner une écriture simplifiée de chacun des nombres suivants :

I = $2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + 5\sqrt{8}$ ..... (1 pt)

J = $\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^2$ (1 pt)

K = $\sqrt{\sqrt{9} + 2\sqrt{2}} \times \sqrt{3 - \sqrt{8}} \times \sqrt{(2019)^2}$ (1 pt)

L = $\left(\sqrt{3} + 2\right)^2 (7 - 4\sqrt{3}) \times 2020$ (1 pt)

M = $\dfrac{\sqrt{15} \times \sqrt{42} \times \sqrt{44}}{\sqrt{77} \times \sqrt{18} \times \sqrt{5}}$ ..... (1 pt)

Exercice 6 (1 pt)

1. Développer et réduire $\left(3 - \sqrt{3}\right)^2$ ..... (0,5 pt)
2. En déduire la valeur de $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ ..... (0,5 pt)

Exercice 7 (1.5 pts)

❖ Rendre rationnel le dénominateur de chacun des nombres suivants.

$a = \dfrac{6}{\sqrt{2}}$ ★★ $b = \dfrac{1}{2 - \sqrt{2}}$ ★★ $c = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$

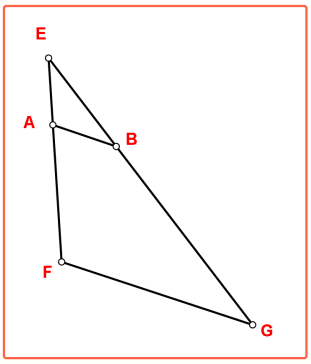
Exercice 8 (2 pts)

❖ EFG est un triangle tel que :

EF = 6 cm ; **EG = 9 cm** et **FG = 4,5 cm**

Soit A un point du coté [EF] tel que **EA = 2 cm** la parallèle à (FG) qui passe par A coupe le coté [EG] en B. (voir la figure)

➤ Calculer les distances EB et AB ..... (1+1 pts)



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

DEVOIR SURVEILLÉ N° 1
MODÈLE N° 2
SEMESTRE 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

Très important *: La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

Exercice 1 (7 pts)

1) Calculer : ..... (2.5 pts)

$A = \sqrt{36}$ ** $B = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$ ** $C = \sqrt{5-2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

2) Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs : ..... (1.5 pts)

$E = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{28} - 5\sqrt{63}$

3) Rendre rationnel les dénominateurs des nombres suivants : ..... (1.5 pts)

$\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ ** $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$

4) Résoudre les équations ..... (1.5 pts)

$x^2 = 19$ ** $3x^2 + 7 = 0$

Exercice 2 (7.5 pts)

1) Développer et réduire : ..... (2 pts)

$A = (x-3)^2$ ** $B = \left(\sqrt{5}x - 2\right)\left(\sqrt{5}x + 2\right)$

2) Factoriser : ..... (3.5 pts)

$C = 25x^2 - 30x + 9$ ** $D = 3x^2 + 4\sqrt{3}x + 4$ ** $E = 7x^2 + 4\sqrt{7}x + 3$

3) a) Développer et réduire $I = \left(2\sqrt{3}+1\right)^2$ ..... (1 pts)

b) En déduire une écriture simplifiée de $J = \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$ ..... (1 pts)

Exercice 3 (4 pts)

1) Calculer : $A = \left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2} + \left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^{2}\right]^{2020}$ ..... (1 pts)

2) Ecrire sous la forme d'une seul puissance : ..... (1.5 pts)

$B = \left(\sqrt{11^3}\right)^5$ ** $C = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{5}\right)^7 \times \left(\dfrac{\sqrt{2}}{5}\right)^{-4} \times \left(\dfrac{5}{3}\right)^3$

3) Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants : ..... (1.5 pts)

$E = 375200$ ** $F = \dfrac{2.5 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{-5}}{15 \times \left(10^{-2}\right)^2}$

Exercice 4 (1.5 pts)

a et b deux nombres réels strictement positifs et $a + b \neq 0$

✎ Montrer que : $\left(\sqrt{a}^{-2} + \sqrt{b}^{-2}\right)^{-1} = \dfrac{ab}{a+b}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

DEVOIR SURVEILLÉ N° 1
MODÈLE N° 3
SEMESTRE 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Très important** : La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

1 Soient a et b deux nombres réels positifs non nuls ; n est un entier relatif ; c et d deux nombres réels .
Répondez par vrai ou faux ..... ⟪ 0.5 × 4 = 2 pts ⟫

□ $\sqrt{a} + \sqrt{a} = \sqrt{2a}$: ..... . □ $(c-d)^2 = c^2 - d^2$: ..... .

□ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$: ..... . □ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$: ..... .

2 Cochez la seule bonne réponse . ..... ⟪ 1 + 0.5 + 1 = 2.5 pts ⟫

a L'équation $x^2 + 81 = 0$: □ n'admet pas de solution □ admet **9** comme solution □ admet **−9** comme solution

b $\sqrt{-9}$: □ n'existe pas □ est égale à **−3** □ est égale à **3**

c $7^6 \times 7^8 =$: □ 49^{48} □ 49^{14} □ 7^{14}

3 Calculer et simplifier le maximum possible . ..... ⟪ 1.5 × 2 = 3 pts ⟫

□ $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \times \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} =$ .....

□ $-3(\sqrt{7})^0 + (\frac{3}{5})^{-1} + \sqrt{(-3)^2} =$ .....

4 Écrire sous forme de $a\sqrt{3}$ avec a est un entier relatif . ..... ⟪ 1.5 pts ⟫

$\sqrt{27} + \sqrt{48} + \sqrt{75} =$ .....

5 Donner l'écriture scientifique de 250 et de 0.035×10^4,

puis déduire celle de $250 + 0.035 \times 10^4$ . ..... ⟪ 0.5 × 3 = 1.5 pts ⟫

□ $250 =$ ..... .

□ $0.035 \times 10^4 =$ ..... .

□ $250 + 0.035 \times 10^4 =$ ..... .

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

6 On considère les expressions A et B telles que :

$A = \left(7 - 2\sqrt{3}\right)^2$ et $B = \sqrt{61 - 28\sqrt{3}}$

Développer A puis simplifier B. ⟪ 2 pts ⟫

7 Factoriser C par l'identité remarquable N° 3 telle que :

$C = 36x^2 - \frac{5}{9}$. ⟪ 2 pts ⟫

8 Factoriser l'expression D telle que : $D = 4x^2 + 12x + 9$. ⟪ 1.5 pts ⟫

9 soit a et b deux nombres réels non nuls.On considère l'expression A telle que : $A = (ab)^{-3} \times \left(a^2b\right)^4 \times \left(ab^2\right)^{-2}$.

Montrer que $A = \left(\frac{a}{b}\right)^3$. ⟪ 1.5 pts ⟫

10 Écrire $\frac{1}{\left(\sqrt{17} - 1\right)^{10}}$ sans radical au dénominateur. ⟪ 1.5 pts ⟫

11 n est un entier positif.

Montrer que $\frac{25^{n+1} + 25^n}{5^{2n+1} - 5^{2n}} = \frac{13}{2}$. ⟪ 1.5 pts ⟫

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Devoir surveillé N° 2
Modèle N° 1
Semestre 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

Très important *: La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

Exercice 1 (10 pts)

(1) a et b deux nombres réels tel que $a - b = -\sqrt{7}$

✎ Comparer a et b ..... (1 pts)

(2) (a) Comparer $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{5}$ ..... (1.5 pts)

(b) En déduire la comparaison des nombres $\frac{1}{3\sqrt{2}+5}$ et $\frac{1}{2\sqrt{5}+7}$ ..... (1.5 pts)

(3) x et y deux nombres réels tels que : $4 \leq x \leq 5$ et $-3 \leq y \leq -2$

(a) Encadrer : ..... (4.5 pts)

$2x+1$ * $-y$ * $x+y$ * $x-y$ * xy

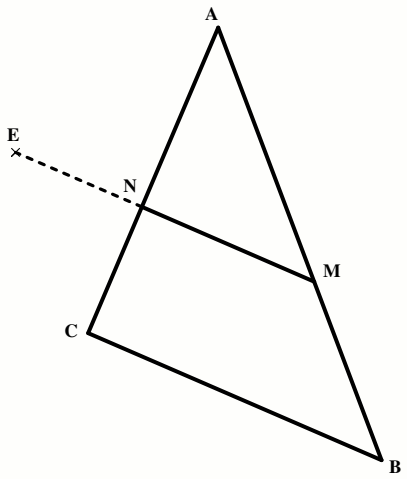
(b) Montrer que : $2 \leq \frac{x-y}{x+y} \leq 8$ ..... (1.5 pts)

Exercice 2 (6 pts)

On considère la figure ci-contre , tel que :

(MN) // (BC) ; AB = 7.2 ; BC = 6.4

MN = 4 ; AN = 3 et NE = 2.4



(1) Calculer AM ..... (1 pts)

(2) Montrer que : AC = 4.8 . ..... (1.5 pts)

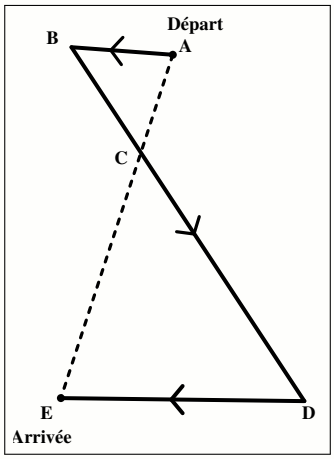
(3) En déduire que : NC = 1.8 . ..... (0.5 pts)

(4) Montrer que : (EC) // (AM) ..... (1 pts)

Exercice 3 (4 pts)

Des élèves participent à une course à pied .
Avant l'épreuve , un plan leur a été remis
Il est représente par la figure ci-dessous tels que : (AB) // (DE)

AB = 300m ; AC = 400m ; BC = 500m et CE = 1000m



(1) Montrer que : CD = 1250m ..... (1 pts)

(2) Calculer la longueur du parcours ABCDE ..... (1 pts)

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

DEVOIR SURVEILLÉ N° 2
MODÈLE N° 2
SEMESTRE 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Très important** : La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

Exercice 1 (5 pts)

① Répondez par vraie ou fausse ..... (1 pt)

ABC est un triangle , si M ∈ (AB) et N ∈ (AC) et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors (MN)//(BC) .....

② Cochez la seule bonne réponse. ..... (1 × 4 = 4 pts)

❖ Le théorème direct de Thalès sert à :

☐ Démontrer la perpendicularité ☐ Calculer les distances ☐ Démontrer le parallélisme

❖ a , b et k des nombres réels tels que $a \leqslant b$ et $k \leqslant 0$ alors :

☐ $a \times k \leqslant b \times k$ ☐ $a \times k \geqslant b \times k$ ☐ $a \times k = b \times k$

❖ a et b deux nombres réels tels que : $a = -2\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{12}$ alors :

☐ $a \leqslant b$ ☐ $a = b$ ☐ $a \geqslant b$

❖ a , b et k des nombres réels strictement négatifs tels que $b < a < k$ alors :

☐ $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{k}$ ☐ $b < \frac{1}{a} < k$ ☐ $\frac{1}{k} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Exercice 2 (9 pts)

① a et b deux nombres réels tels que : $a = 7\sqrt{3}$ et $b = 3\sqrt{7}$.

Montrer que : $a - b = \frac{84}{7\sqrt{3} + 3\sqrt{7}}$. ..... (0,75 pt)

Déduire la comparaison de a et b. ..... (0,25 pt)

Calculer a^2 et b^2. ..... (0,25 pt)

Comparer a^2 et b^2. ..... (0,25 pt)

Déduire à nouveau la comparaison de a et b. ..... (0,5 pt)

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

2 Déduire la comparaison de :

$-28\sqrt{3}$ et $-12\sqrt{7}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\frac{7\sqrt{3}}{10^{-3}}$ et $\frac{3\sqrt{7}}{10^{-3}}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\sqrt{5+7\sqrt{3}}$ et $\sqrt{3\sqrt{7}+5}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\frac{1}{3\sqrt{7}}$ et $\frac{1}{7\sqrt{3}}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

3 x, y et z des nombres réels tels que : $1 \leq x \leq 2$, $-5 \leq y \leq -3$ et $3 \leq -2z+1 \leq 5$.
Donner un encadrement de :

$x+y$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$x-y$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$x \times y$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\frac{x}{y}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

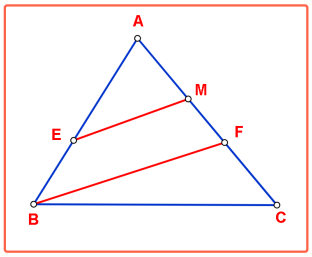
Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

4 Montrer que : $-2 \leq z \leq -1$. ..... ⟪ 1 pt ⟫

5 Montrer que : $0 \leq \sqrt{\frac{x-1}{y^2}} \leq \frac{1}{2}$. ..... ⟪ 2 pts ⟫

Exercice 3 ⟪ 6 pts ⟫

❖ Dans la figure ci-dessous, on donne : (EM)//(BF) , AM = **4** , FM = **2** , AE = **7** , BF = **4.5** et FC = **3**.



1 Montrer que AB = **10.5**. ⟪ 2 pts ⟫

2 Déduire EM. ..... ⟪ 1 pt ⟫

3 Montrer que (EF)//(BC). ⟪ 3 pts ⟫

Bonne Chance

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

DEVOIR SURVEILLÉ N° 2
MODÈLE N° 3
SEMESTRE 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

***Très important** : La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

Exercice 1 (5 pts)

(1) Répondez par vraie ou fausse ..... (1 pt)

ABC est un triangle . Si : M ∈ (AB) et N ∈ (AC) et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, les points A , M , N et les points A ,B ,C sont alignés dans le même ordre alors (MN)//(BC) .....

(2) Cochez la seule bonne réponse. ..... (1 × 4 = 4 pts)

❖ Le théorème direct de Thalès sert à :

☐ Démontrer la perpendicularité ☐ Calculer les distances ☐ Démontrer le parallélisme

❖ a , b et k des nombres réels tels que $a \leqslant b$ et $k \leqslant 0$ alors :

☐ $a \times k \leqslant b \times k$ ☐ $a \times k \geqslant b \times k$ ☐ $a \times k = b \times k$

❖ a et b deux nombres réels tels que : $a = 3\sqrt{2}$ et $b = -\sqrt{18}$ alors :

☐ $a > b$ ☐ $a = b$ ☐ $a < b$

❖ a , b et k des nombres réels strictement négatifs tels que $b > a > k$ alors :

☐ $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{k}$ ☐ $b < \frac{1}{a} < k$ ☐ $\frac{1}{k} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Exercice 2 (9 pts)

(1) a et b deux nombres réels tels que : $a = 2\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{7}$.

Montrer que : $a - b = \frac{5}{2\sqrt{3} + \sqrt{7}}$. ..... (0,75 pt)

Déduire la comparaison de a et b. ..... (0,25 pt)

Calculer a^2 et b^2. ..... (0,25 pt)

Comparer a^2 et b^2. ..... (0,25 pt)

Déduire à nouveau la comparaison de a et b. ..... (0,5 pt)

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

(2) Déduire la comparaison de :

$-3\sqrt{7}$ et $-6\sqrt{3}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\frac{2\sqrt{3}}{10^{-3}}$ et $\frac{\sqrt{7}}{10^{-3}}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\sqrt{\sqrt{7}+14}$ et $\sqrt{2\sqrt{3}+14}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\frac{-1}{\sqrt{7}}$ et $\frac{-1}{2\sqrt{3}}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

(3) x, y et z des nombres réels tels que : $-2 \leq x \leq -1$, $3 \leq y \leq 5$ et $5 \leq 2z-1 \leq 9$.
Donner un encadrement de :

$y+x$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$y-x$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$y \times x$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

$\frac{y}{x}$. ..... ⟪ 0,5 pt ⟫

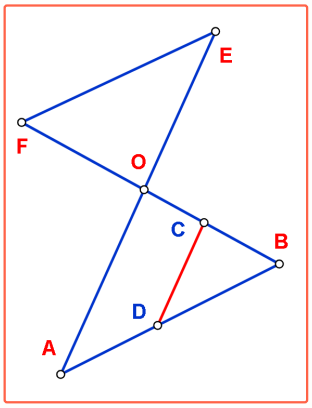
Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

(4) Montrer que : $3 \leq z \leq 5$. ..... ⟨ 1 pt ⟩

(5) Montrer que : $0 \leqslant \sqrt{\dfrac{x+2}{y^2}} \leq \dfrac{1}{2}$. ..... ⟨ 2 pts ⟩

Exercice 3 ⟨ 6 pts ⟩

❖ Dans la figure ci-dessous, on donne :(EF)//(AB) , AB = **24*cm*** , BC = **7*cm*** , BD = **8*cm*** , OB = **21*cm*** , OE = **12*cm*** et OF = **14*cm***.



(1) Montrer que OA = **18*cm***. ⟨ 2 pts ⟩

(2) Déduire EF. ..... ⟨ 1 pt ⟩

(3) Montrer que (OA)//(DC). ⟨ 3 pts ⟩

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

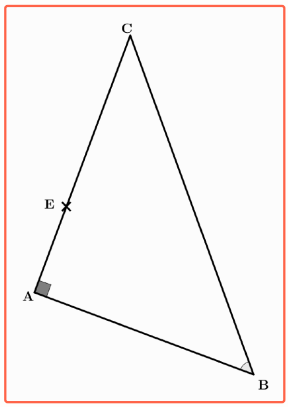
Devoir surveillé N° 3
Modèle N° 1
Semestre 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

Très important *: La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

Exercice 1 (10 pts)

❖ ABC est un triangle tel que : AB = $2\sqrt{7}$; AC = 6 et BC = 8 .



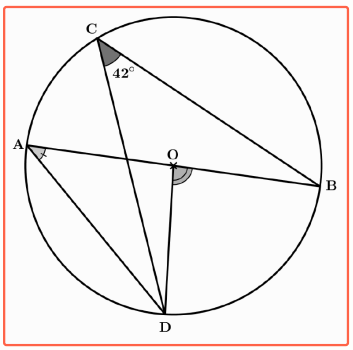
1. Montrer que ABC est un triangle rectangle en A .
2. vérifier que $\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{\sqrt{7}}{4}$
3. Calculer : $\sin\left(\widehat{ABC}\right)$ et $\tan\left(\widehat{ABC}\right)$
4. Soit E un point du segment [AC] tel que : AE = 2
   Calculer la distance BE
5. Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC)
   a. Montrer que $BH = \frac{7}{2}$
   b. Calculer AH

Exercice 2 (6,5 pts)

1. Simplifier :
   $M = \sin^2(70) + 3\cos(50) + \tan(81) \times \tan(9) + \sin^2(20) - 3\sin(40)$
   $N = (\sin(\beta) + \cos(\beta))^2 + (\sin(\beta) - \cos(\beta))^2$ (β est la mesure d'un angle aigu)
2. Soit α la mesure d'un angle aigu tel que : $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{5}}{3}$
   a. Montrer que : $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$
   b. En déduire la valeur de $\tan(\alpha)$

Exercice 3 (3,5 pts)

❖ Sur la figure ci-contre , (*C*) est un cercle de centre O dont le diamètre [AB].
C et D deux points du cercle (*C*) tel que : $\widehat{DCB} = 42°$



1. Calculer la mesure d'angle $\widehat{DAB}$
2. Montrer que : $\widehat{DOB} = 84°$
3. Calculer la mesure d'angle $\widehat{ACD}$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

DEVOIR SURVEILLÉ N°3
MODÈLE N° 2
SEMESTRE 1

Nom & prénom : ..... *Classe :* ..... *N° :* ..... *Groupe :* .....

Très important *: La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation .*

Exercice 1 (5 pts)

(1) Calculer ce qui suit : ➤ $A = cos^2 50° + sin 15° - tan 20° \times tan 70° + cos^2 40° - cos 75°$ ..... (2 pts)

(2) x est la mesure d'un angle aigu , tel que $sinx = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(a) Montrer que $cosx = \frac{1}{2}$ ..... (2 pts)

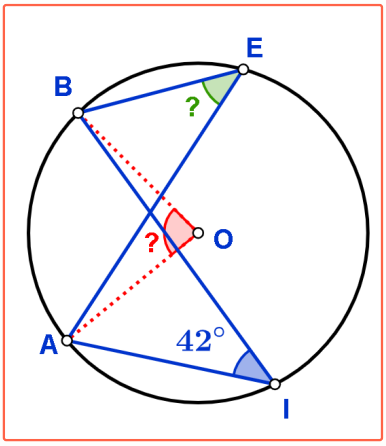
(b) Calculer $tanx$ ..... (1 pt)

Exercice 2 (4 pts)

❖ On considère la figure ci-contre , tel que $\widehat{AIB} = 42°$.

(1) Calculer $\widehat{AEB}$. Justifier ? ..... (2 pts)

(2) Calculer $\widehat{AOB}$. Justifier ? ..... (2 pts)



Exercice 3 (11 pts)

❖ Voir la figure ci-contre puis répondre aux questions.

(1) ABC est un triangle rectangle en A , telles que AB = 3 et AC = 5.

(a) Montrer que : BC = $\sqrt{34}$. ..... (3 pts)

(b) Calculer **cos** $\widehat{BCA}$, **sin** $\widehat{BCA}$ et **tan** $\widehat{BCA}$. ..... (1,5 pts)

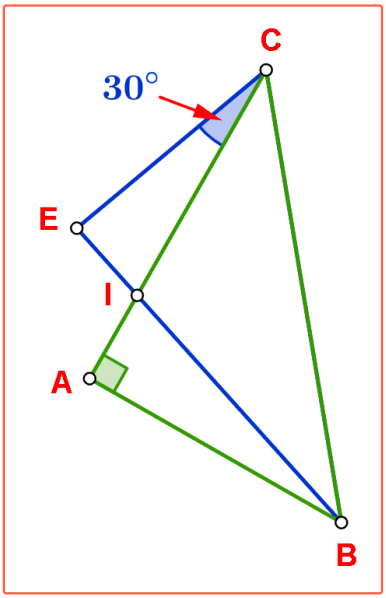
(c) Déduire **cos** $\widehat{ABC}$, **sin** $\widehat{ABC}$ et **tan** $\widehat{ABC}$. ..... (1,5 pts)

(2) EBC est un triangle telles que EB = $3\sqrt{2}$ et EC = 4.

➤ Montrer que EBC est un triangle rectangle en E. ..... (3 pts)

(3) I est le point d'intersection de (AC) et (BE) et $\widehat{ICE} = 30°$.

➤ Calculer IE. (on donne **tan** 60° = $\sqrt{3}$) ..... (2 pts)



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Chapitre 13

Exercices de préparation à l'Olympiade de Mathématiques
Série N° 1

Problème 1

Soient a, b, c et d quatre nombres réels,

1. Montrer que $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$.
2. Montrer que $3ab + 3bc + 3ca \leq (a + b + c)^2$.
3. Montrer que $\left(a^2 + b^2\right)\left(c^2 + d^2\right) \geq (ac + bd)^2$.

Problème 2

❖ Étant donnés x, y et z trois nombres réels positifs vérifiant : $x + y + z = 1$,

➤ Montrer que $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} + \sqrt{2z+1} \leq 4$.

Problème 3

❖ Montrer que $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \ldots + \sqrt{2019 + \sqrt{2020}}}}} < 2$.

Problème 4

❖ Soient a et b deux nombres réels différents qui vérifient : $a^2 = 5 - b$ et $b^2 = 5 - a$.

➤ Montrer que $ab = -4$, puis déterminer la valeur de la somme : $a^3 + b^3$.

Exercices de préparation à l'Olympiade de Mathématiques
Série N° 2

Problème 1 : (2+3pts)

1. On pose $A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.
   Calculer A^2 puis en déduire la valeur de $\sqrt{A}$. ..... (2pts)
2. Soit x un nombre réel supérieur ou égal à 1 qui vérifie : $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \frac{1}{4}$.
   - a) Montrer que $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 8$. ..... (2pts)
   - b) Déterminer la valeur de x. ..... (1pts)

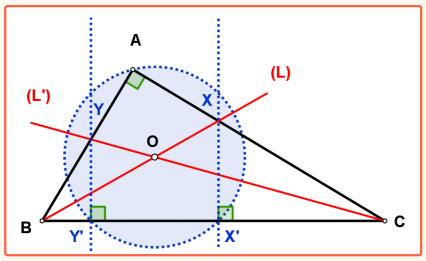
Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Problème 2 : (5pts)

❖ La roue avant d'un vélo mesure **60 cm** de diamètre, tandis que la roue-arrière mesure **70 cm**.
Lors d'un trajet, la roue avant a fait 80 tours de plus que la roue-arrière. Quelle est la longueur de trajet ?
(On prend $\pi \simeq 3{,}14$)

Problème 3 : (5pts)

❖ Soit ABC est un triangle rectangle en A, Les demi-droites (L) et (L') les bissectrices respectives des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ se coupent au point **O**, (L) coupe le segment [AC] en **X**, et (L') coupe le segment [AB] en **Y**.
Les points **X′** et **Y′** étant les projections orthogonales de **X** et **Y** sur (BC) respectivement (voir dessin).
Montrer que les points **A, X′** et **Y′** sont situés sur un même cercle de centre **O**.



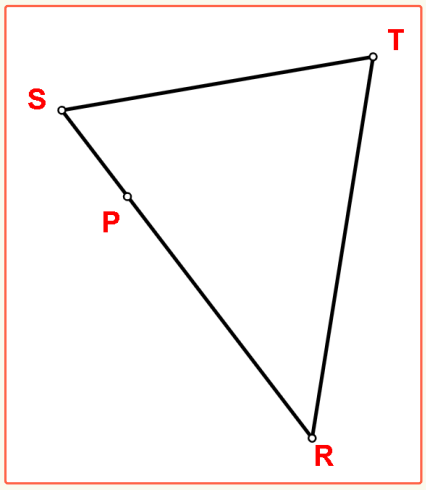
Problème 4 : (5pts)

❖ **Mehdi**, un agriculteur possède une ferme de forme triangulaire RST avec un puits au point P. Il désir partager sa ferme en deux parties de même aire, en utilisant une droite (d) passant par le point P.
Sa fille **Noha**, une élève de 3 année du collège, propose la construction suivante :

- ☆ Elle construit la droite (d') passant par S et parallèle à la droite (PT), et elle considère le point K le point d'intersection de (d') et (RT).
- ☆ Elle construit le point I le milieu de [RK], puis elle suggère que (PI) est la droite (d) demandée.

(1) Reproduire la construction de **Noha**, puis démontrer que sa proposition est vraie.
(c-à-d : Montrer que le triangle RPI et le quadrilatère (PSTI) ont même aire).

(2) Proposer une autre méthode de construction de la droite (d).



Correction de la série N° 1

Problème 1

(1) $A^2 = \left(\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^2 = 16$ et $A > 0$

Donc : $A = \sqrt{16} = 4$. D'où : $\sqrt{A} = 2$.

(2) (a) En multipliant par le conjugué, on obtient : $\left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}\right) = 2$

Donc : $\frac{1}{4}\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}\right) = 2$. D'où : $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 8$.

(b) On a : $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 8 + \frac{1}{4}$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Donc : $2\sqrt{x+1} = \frac{33}{4}$. D'où : $\sqrt{x+1} = \frac{33}{8}$

Par conséquent : $x = \frac{1025}{64}$

Problème 2

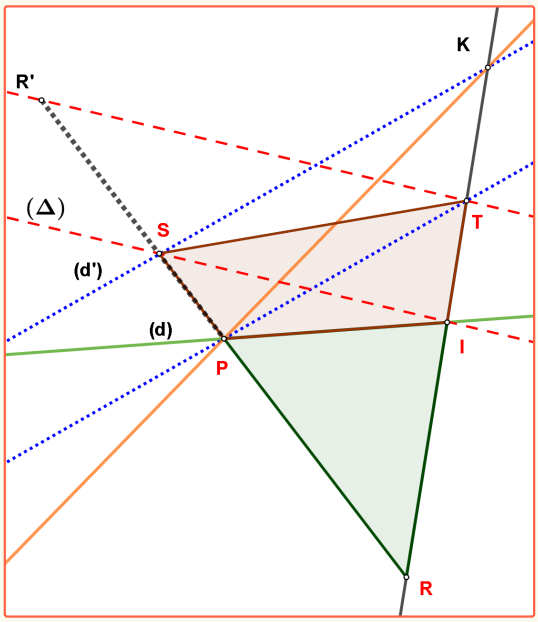
Posons n le nombre de tours de la roue arrière.
Donc : le nombre de tours de la roue avant est : $n + 80$.
Comme la roue avant et la roue-arrière parcourent le même trajet alors : $70\pi n = 60\pi(n + 80)$.
d'où : $n = 480$.
Par conséquent la longueur du trajet est : $70\pi n = 70\pi \times 480 \approx 105504$ cm $\approx 1055{,}04$ m

Problème 3

❖ X ∈ (L) donc : XA = XX′ d'où : le point X appartient à la médiatrice de $[AX']$.
Le triangle ABX est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore : $AB^2 = BX^2 - AX^2$.
Le triangle BXX′ est rectangle en X′, donc d'après le théorème de Pythagore : $BX'^2 = BX^2 - XX'^2$
c'est-à-dire $BX'^2 = BX^2 - XA^2$,
D'où : $AB^2 = BX'^2$,
et comme AB > 0 et BX′ > 0 Alors : AB = BX′,
D'où : le point B appartient à la médiatrice de $[AX']$,
Par conséquent : la droite (L) est la médiatrice de $[AX']$,
et puisque : O ∈ (L) Alors : OA = OX′ **(1)**.
❖ De la même façon on montre que : la droite (L') est la médiatrice de $[AY']$,
Et puisque : O ∈ (L') Alors : OA = OY′ **(2)**
❖ D'après **(1)** et **(2)**, on aura : OA = OX′ = OY′,
D'où : les points A , X′ et Y′ sont situés sur le même cercle du centre O.

Problème 4

1. Les triangles RPI et PIK ont des bases de même longueur (RI = IK) et la même hauteur.
   Donc : $S_{RPI} = S_{PKI}$,
   D'où : $S_{RPI} = S_{PIT} + S_{PTK}$.
   Les triangles PTK et PTS ont la même base [PT] et la même hauteur (**car**(PT)//(SK)).
   Donc : $S_{PTK} = S_{PTS}$,
   D'où : $S_{RPI} = S_{PIT} + S_{PTS}$,
   Par conséquent : $S_{RPI} = S_{PSTI}$.
2. ❖ On construit le point R′ le symétrique de R par rapport au point P,
   ❖ On construit la droite (Δ) passant par S et parallèle à $(R'T)$ Soit I le point d'intersection de (Δ) et (RT).
   La droite (PI) est la droite (d) demandée.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

ALGEBRE : Egalités et Inégalités

Exercice bonus 1

a et b sont deux nombres réels positifs non nuls,

1. Montrer que : $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.
2. En déduire que : $\dfrac{a+1}{\sqrt{b}} + \dfrac{b+1}{\sqrt{a}} \geq 4$.
3. Un champ de forme rectangulaire de périmètre $P = 340$ m
   Montrer que son aire admet une valeur maximale qu'on déterminera.

Solution de l'exercice bonus 1

a et b sont deux nombres réels positifs non nuls,

1. $a + b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a} \times \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

   On a : $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ donc : $a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0$ d'où : $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

2. En utilisant la question **1**, on en déduit : $a + 1 \geq 2\sqrt{a}$ et $b + 1 \geq 2\sqrt{b}$

   Donc : $\dfrac{a+1}{\sqrt{b}} \geq 2\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\dfrac{b+1}{\sqrt{a}} \geq 2\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ $\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}} > 0, \dfrac{1}{\sqrt{b}} > 0\right)$

   Nous additionnons les deux inégalités membre à membre : $\dfrac{a+1}{\sqrt{b}} + \dfrac{b+1}{\sqrt{a}} \geq 2\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)$

   D'après la question **1,** on a aussi : $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \geq 2\sqrt{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}} = 2$

   Donc : $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \geq 2$ d'où : $2\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right) \geq 4$

   Et par conséquent : $\dfrac{a+1}{\sqrt{b}} + \dfrac{b+1}{\sqrt{a}} \geq 4$

3. Posons a la langueur du rectangle et b sa largeur,

   Son périmètre est alors : $P = 2(a + b)$ et son aire vaut : $A = a \times b$

   Or $P = 340$ m donc : $a + b = 170$

   D'après la question 1 on a : $2\sqrt{ab} \leq a + b$ donc $\sqrt{ab} \leq \dfrac{a+b}{2}$

   et par conséquent : $ab \leq \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$ $\left(\sqrt{ab} > 0 \text{ et } \dfrac{a+b}{2} > 0\right)$

   d'où : $a \times b \leq 85^2$
   L'aire de ce rectangle admet une valeur maximale qui est : $85^2 = 7225$ m^2.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

ARITHMETIQUE

Exercice bonus 2

Pour tout nombre entier naturel n, on note par $S(n)$ la somme de ses chiffres.

Exemples : pour $n = 23$ on a : $S(23) = 2 + 3 = 5$,

pour $n = 123456789$ on a : $S(123456789) = 45$.

1. Calculer $S\left(10^{99} - 99\right)$.

2. Déterminer la somme : $K = S(0) + S(1) + S(2) + S(3) + S(4) + \ldots\ldots + S(98) + S(99)$.

Solution de l'exercice bonus 2

1.

On a : $10^{99} - 99 = 1\underbrace{000 \ldots 00}_{\text{99 le chiffre 0}} - 99$

$$= \underbrace{9999 \ldots 999}_{\text{97 le chiffre 9}}01$$

Donc : $S\left(10^{99} - 99\right) = 9 \times 97 + 0 + 1 = 874$

2. Déterminons la somme : $K = S(0) + S(1) + S(2) + S(3) + S(4) + S(5) \ldots + S(98) + S(99)$

Posons $Q = S(0) + S(1) + S(2) + S(3) + S(4) + S(5) + S(6) + S(7) + S(8) + S(9)$

On a : $Q = S(0) + S(1) + S(2) + S(3) + \ldots\ldots\ldots + S(8) + S(9) = 45$

Et on peut remarquer que :

$$S(10) + S(11) + S(12) + S(13) + \ldots\ldots\ldots + S(18) + S(19) = Q + 10 = 55$$

Et que : $S(20) + S(21) + S(22) + S(23) + \ldots\ldots\ldots + S(28) + S(29) = Q + 20 = 65$

Et que : $S(30) + S(31) + S(32) + S(33) + \ldots\ldots\ldots + S(38) + S(39) = Q + 30 = 75$

Et ainsi : $S(90) + S(91) + S(92) + S(93) + \ldots\ldots\ldots\ldots + S(98) + S(99) = Q + 90 = 135$

Donc : $K = S(0) + S(1) + S(2) + S(3) + S(4) \ldots + S(98) + S(99) = 900$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercices de préparation à l'Olympiade de Mathématiques
Série N° 3

Problème 1

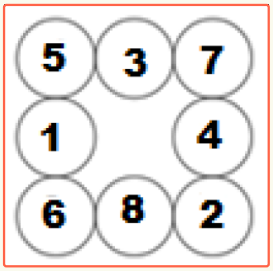
❖ Sans utiliser la calculatrice, compléter la grille suivante par les sommes manquantes (?).

								Somme
	0	1	2	3	…	49	=	1225
	50	51	52	53	…	99	=	?
	100	101	102	…			=	?
	150	151	…				=	?
	⋮	⋮	…			⋮	=	⋮
	2400	2401				?	=	?
	=	=	=	=	=	=	=	=
Somme	?	?	?	?	?	?	=	?

Problème 2

❖ **Mahdi** a placé les chiffres de **1** à **8** dans les huit cercles comme indiqué sur la figure, puis il remarque que les quatre nombres formés : **537**, **742**, **682** et **516** sont tous non divisibles par **9**.

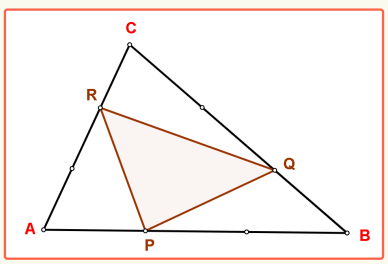
➤ Replacer les chiffres de **1** à **8** dans les huit cercles, afin que les quatre nombres formés soient tous divisibles par **9**.



GEOMETRIE : LES AIRES - CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE

Exercice bonus 3

❖ Soit ABC un triangle. On partage le côté [AB] en trois segments de même longueur, de même pour les côtés [BC] et [AC].
Dans la suite du problème S_{XYZ} représente l'aire du triangle XYZ.



① Montrer que : $S_{ACQ} = 3 \times S_{CRQ}$ et que : $S_{ABQ} = \frac{1}{2} \times S_{ACQ}$.

② En déduire que : $\frac{S_{CRQ}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}$

③ Déterminer le rapport $\frac{S_{ABC}}{S_{PQR}}$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Solution de l'exercice bonus 3

① Montrons que : $S_{ACQ} = 3 \times S_{CRQ}$.
Les deux triangles CRQ et ACQ ont la même hauteur h issue du sommet Q.
Et puisque $S_{ACQ} = \frac{AC \times h}{2}$ et $S_{CRQ} = \frac{RC \times h}{2}$ et $AC = 3 \times RC$.
On a : $S_{ACQ} = 3 \times S_{CRQ}$,
De même, les deux triangles ABQ et ACQ ont la même hauteur h' issue du sommet A.
et $CQ = 2 \times BQ$ d'où : $S_{ABQ} = \frac{1}{2} \times S_{ACQ}$.

② En déduire que : $\frac{S_{CRQ}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}$.
On a : $S_{ABQ} = \frac{1}{2} \times S_{ACQ}$ et $S_{ACQ} = 3 \times S_{CRQ}$
Donc : $S_{ABQ} = \frac{1}{2} \times 3 \times S_{CRQ} = \frac{3}{2} \times S_{CRQ}$,
Comme : $S_{ABC} = S_{ACQ} + S_{ABQ}$, alors : $S_{ABC} = 3 \times S_{CRQ} + \frac{3}{2} \times S_{CRQ} = \frac{9}{2} \times S_{CRQ}$
D'où : $\frac{S_{CRQ}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}$.

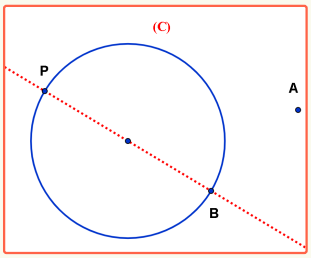
③ Le rapport $\frac{S_{ABC}}{S_{PQR}}$ On a : $\frac{S_{CRQ}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}$ donc : $S_{CRQ} = \frac{2}{9} \times S_{ABC}$
De la même manière on montre que : $S_{BPQ} = \frac{2}{9} \times S_{ABC}$ et $S_{ARP} = \frac{2}{9} \times S_{ABC}$
Par suite : $S_{PQR} = S_{ABC} - (S_{CRQ} + S_{BPQ} + S_{APR}) = S_{ABC} - \frac{6}{9} \times S_{ABC}$
Donc : $S_{PQR} = \frac{1}{3} \times S_{ABC}$ D'où : $\frac{S_{ABC}}{S_{PQR}} = 3$

Exercice bonus 4

❖ Dans la figure ci-contre (C) est un cercle du diamètre [BP].
et A un point extérieur à (C) et qui n'appartient pas à (BP).
Le professeur demande aux élèves de construire la droite passante par A et perpendiculaire à (BP), **en n'utilisant que la règle.**
Imane, une élève de la classe, propose la construction suivante :

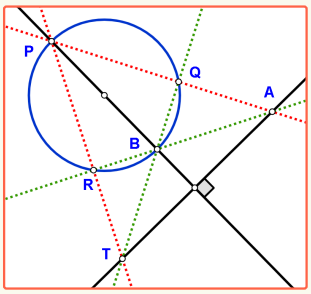
- ☆ Placer le point Q l'intersection de (AP) avec (C) ;
- ☆ Placer le point R l'intersection de (AB) avec (C) ;
- ☆ Placer le point T l'intersection de (QB) avec (PR).

➤ Reproduire la construction de **Imane**, puis montrer que (AT) est la droite demandée.



Solution de l'exercice bonus

❖ Dans le triangle APT,(AR) est une hauteur et (RT) est une deuxième hauteur. Ces deux hauteurs se coupent en B.
Donc (PB) est la troisième hauteur du triangle APT.



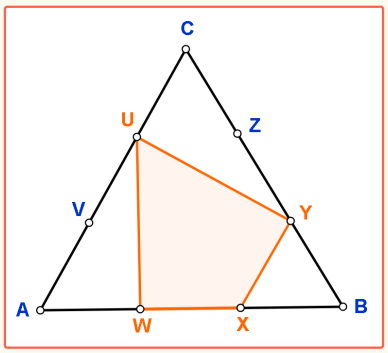
Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Problèmes : Réinvestissement et évaluation

Problème 1

❖ Sur la figure ci-joint, ABC est un triangle équilatéral.
Les points U, V, W, X, Y et Z partagent les trois côtés du triangle.
En trois segments de même longueurs (isométriques).

➤ Déterminer le rapport $\frac{S_{UWXY}}{S_{ABC}}$.

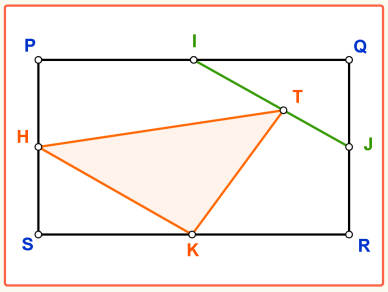


Problème 2

❖ Soit PQRS est un rectangle de longueur PQ = **7 cm** et de largeur PS = **4 cm** . I, J, K et H sont les milieux de ses côtés, et T un point du segment [IJ].

(1) Montrer que les droites (IJ) et (HK) sont parallèles.

(2) Déterminer l'aire du triangle HKT.

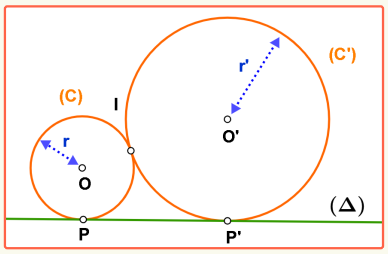


Problème 3 (Cercle et tangente)

❖ Étant donnés **(C)** et (C') deux cercles tangents en I, de rayons respectifs $r = 2$ et $r' = 3$. La droite **(Δ)** est une tangente commune à **(C)** et (C') aux points P et P′ respectivement.

(1) Montrer que : $PP' = 2\sqrt{6}$

(2) Montrer que : PIP′ est rectangle en I



TRIGONOMETRIE

Exercice bonus 5

ALI est un triangle rectangle et isocèle en A, la bissectrice de l'angle AIL coupe [AL] au point P La droite qui passe par P et parallèle à (IL) coupe (AI) au point M.

(1) Montrer que : PM = MI et que : $\frac{AL}{AP} - \frac{IL}{IA} = 1$.

(2) En déduire la valeur exacte de : $\tan(22{,}5°)$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Solution de l'exercice bonus 5

① Montrons que : PM = MI

On a : (PM)//(LI) et (PI) une sécante. donc $\widehat{MPI} = \widehat{PIL}$ (angles alternes-internes)

Et on a : [IP) une bissectrice de l'angle $\widehat{AIL}$ Donc : $\widehat{MIP} = \widehat{PIL}$ on déduit que : $\widehat{MPI} = \widehat{MIP}$

D'où le triangle MPI est isocèle en M, Par conséquent : PM = MI.

Montrons que : $\frac{AL}{AP} - \frac{IL}{IA} = 1$.

Dans le triangle AIL , on a : M ∈ (AI) et P ∈ (AL) avec (PM)//(LI) .

D'après le théorème direct de Thalès : $\frac{AM}{AI} = \frac{PM}{LI}$ c-à-d : $\frac{PM}{AM} = \frac{IL}{AI}$ d'où : $\frac{MI}{AM} = \frac{IL}{AI}$,

Comme M ∈ [AI] alors : MI = AI − AM c'est-à-dire : MI = AL − AM (car AL = AI),

Donc : $\frac{AL - AM}{AM} = \frac{IL}{AI}$ c'est-à-dire : $\frac{AL}{AM} - 1 = \frac{IL}{AI}$ d'où : $\frac{AL}{AM} - \frac{IL}{AI} = 1$.

D'autre part, (PM)//(LI) et (AI) une sécante, alors : $\widehat{AIL} = \widehat{AMP}$ (angles correspondantes).

On sait que : AIL est un triangle rectangle et isocèle en A.

Donc : $\widehat{AIL} = 45°$ d'où : $\widehat{AMP} = 45°$.

De même : $\widehat{APM} = 45°$.

Par suite : le triangle AMP est isocèle en A.

D'où : AM = AP par conséquent : $\frac{AL}{AP} - \frac{IL}{AI} = 1$.

② la valeur exacte de : $\tan(22{,}5°)$

On a : $\widehat{AIL} = 45°$ et [IP) et le bissectrice de l'angle $\widehat{AIL}$ alors : $\widehat{AIP} = \frac{45°}{2} = 22{,}5°$.

Dans le triangle rectangle AIP en A, on a : $\tan\widehat{AIP} = \frac{AP}{AI}$ c'est-à-dire : $\tan 22{,}5° = \frac{AP}{AL}$.

Dans AIL rectangle et isocèle : en A On a d'après le théorème direct de Pythagore :

$AL^2 + AI^2 = IL^2$ c'est-à-dire : $2AI^2 = IL^2$ d'où : $\frac{IL}{AI} = \sqrt{2}$

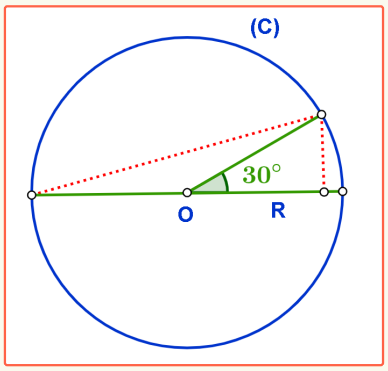
Donc : $\frac{AL}{AP} - \sqrt{2} = 1$ d'où : $\tan 22{,}5° = \sqrt{2} - 1$.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Problèmes : Réinvestissement et évaluation
Série N° 4

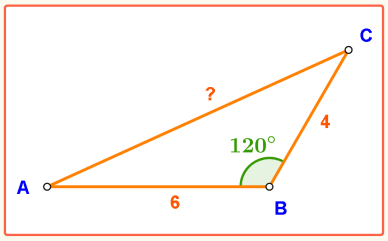
Problème 1

❖ Sur la figure, (C) est un cercle de centre O et de rayon R .
Déterminer les valeurs exactes de **tan 15°** , **cos 15°** et **sin 15°** .



Problème 2

❖ Pythagore généralisé .
Déterminer la longueur du cote [AC] .



Exercices de préparation à l'Olympiade de Mathématiques

Exercice 1

(1) k est un entier naturel non nul, démontrer que : $\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$

(2) En déduire la valeur de A, tel que : $A = \dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \dfrac{1}{3\times 4} + \dfrac{1}{4\times 5} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \dfrac{1}{99\times 100}$

Exercice 2

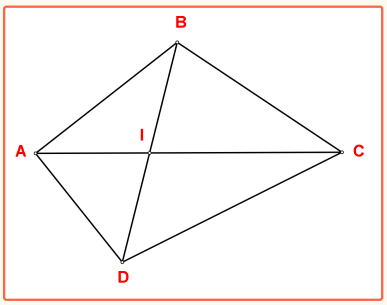
❖ Trouver la valeur de n, tel que : $\dfrac{9^{n-2}\times 3^{2n+2}}{27^{n+3}} = 81$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 3

❖ ABCD est un quadrilatère convexe tel que les triangles ABC et ADC ont la même aire, I est le point d'intersection des deux segments [AC] et [BD].

➤ Montrer que I est le milieu du segment [BD].



Exercice 4

❖ x et y deux nombres réels, tel que $x \geq 0$, $x + y = 0$. Calculer x et y sachant que : $x^4 \times y^6 = 2^{10}$.

Exercice 5

❖ a et b deux nombres réels, tel que $a + b = 1$, $a^2 + b^2 = 2$. Calculer $a^4 + b^4$.

Exercice 6

❖ x et y deux nombres réels non nuls, tel que $2x^2 + 2y^2 = 5xy$. Calculer $\dfrac{x+y}{x-y}$.

Exercice 7

❖ a et b deux nombres réels strictement positifs et différents , déterminer le signe du nombre : $X = \dfrac{a-b}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$.

Exercice 8

❖ ABC est un triangle isocèle en A. Les points D et E appartient respectivement aux segments [BC] et [AC] tel que $\widehat{BAD} = 30°$ et AD = AE. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EDC}$.

Exercice 9

(1) a et b deux nombres réels non nuls. Montrer que : $\dfrac{a \times b}{a^2 + b^2} \leq \dfrac{1}{2}$.

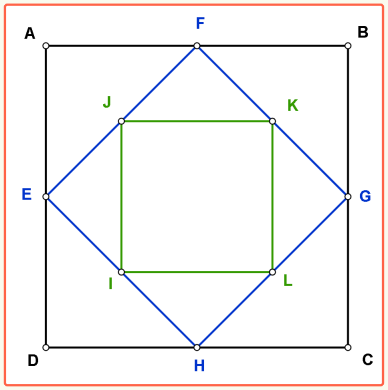
(2) x et y et y trois nombres réels non nuls. Montrer que : $\dfrac{xy}{x^2+y^2} + \dfrac{yz}{y^2+z^2} + \dfrac{zx}{z^2+x^2} \leq \dfrac{1}{2}$.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 10

❖ ABCD est un carré et les points E , F , G , H sont respectivement les milieux de [DA] et [AB] et [BC] et [CD].
Les points I , J , K , L sont respectivement les milieux de [HE] et [EF] et [FG] et [GH].

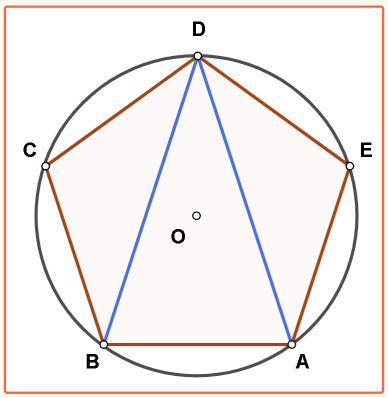
➤ Calculer l'aire des carrés IJKI et ABCD dans cet ordre.



Exercice 11

❖ ABCDE est un Pentagone, et O le centre du cercle circonscrit.

➤ Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$.



Exercice 12

❖ TEL est un triangle et S est un point du segment [TL]. La parallèle à la droite (SE) passant par T coupe (LE) en H. La parallèle à la droite (ET) en A. Montrer que $\frac{1}{TH} + \frac{1}{AL} = \frac{1}{ES}$

Exercice 13

❖ Résoudre l'équation suivante : $\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}} = 7$

Exercice 14

❖ Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Exercice 15

❖ x et y deux nombres réels, tel que : $xy = -1$ et $x + y = \frac{3}{2}$.

➤ Calculer $x^3 + y^3$. (Indication : utiliser l'identité suivant $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$)

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 16

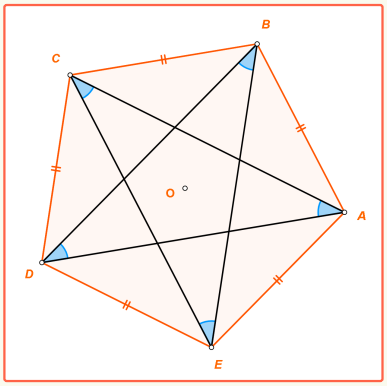
❖ On dit qu'un nombre réels est un nombre pythagoricien, s'il peut s'écrire sous la forme de somme de deux carrés parfaits.

Exemple : $5 = 1^2 + 2^2$. Démontrer que le produit de deux nombres pythagoriciens est un nombre pythagoricien.

Exercice 17

❖ qu'elle est la mesure des angles du pentagramme ?

En utilisant les informations codées sur la figure ci-contre, calculer la mesure d'un angle de ces cinq angles, par exemple : $\widehat{BEC}$.

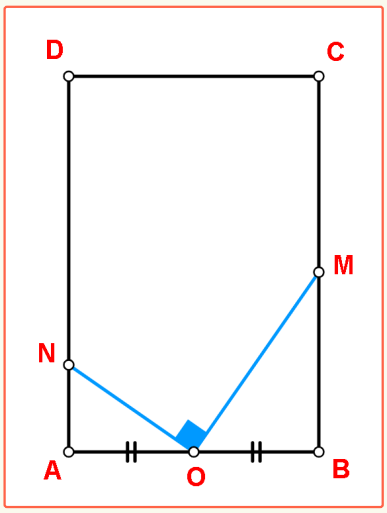


Exercice 18

❖ ABCD est un rectangle, tel que $\mathbf{AB = 2}a$ et O le milieu de [AB].

M et N sont respectivement deux points de [BC] et [AD] tel que **(OM) ⊥ (ON)**.

Calculer $\mathbf{BM \times AN}$ en fonction de a.



Exercice 19

Résoudre l'équation : $\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = 0$

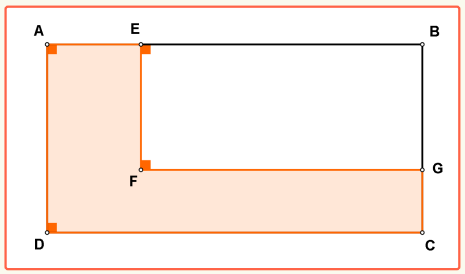
Exercice 20

Simplifier le nombre : $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}}$.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 21

❖ ABCD est un rectangle de longueur **AB = 10 m** et de largeur **AD = 7 m**.
Nous le divisons en deux partie de la même aire,
Aire(ABCD) = Aire(AEFGCD).
➤ Calculer AE sachant que **GC = 1 m**.



Exercice 22

❖ ABC est un triangle isocèle en A, tel que AB = a. Les médianes [BB′] et [CC′] se coupent en E.
➤ Calculer l'aire du triangle BEC en fonction de a.

Exercice 23

① On pose, $\alpha = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Vérifier que : $\dfrac{1}{\alpha} = \alpha - 1$ et que $\alpha^2 = 1 + \alpha$.

② Calculer $\alpha^2 + \dfrac{1}{\alpha^2}$.

Exercice 24

① n est un nombre entier naturel. Montrer que $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$.

② Déduire la valeur du nombre : $S = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{12} + \dfrac{1}{12} + \dfrac{1}{20} + \dfrac{1}{30} + \dfrac{1}{42} + \dfrac{1}{56}$

Exercice 25

❖ ABC est un triangle rectangle en A tel que **2AB = AC = 2**. Soit M un point du segment [BC] tel que **BM = AB** et N de **[AC]** tel que **CM = CN**. Calculer $\dfrac{AC}{NC}$.

Exercice 26

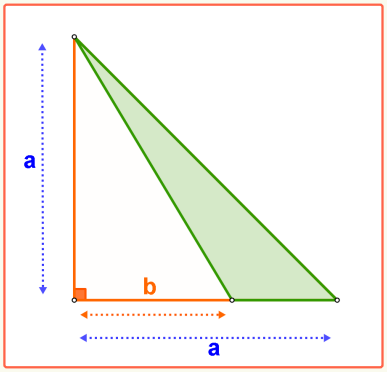
❖ Calculer $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 1989 - 1990$

$$P = \left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{2}{9}\right)\left(1 - \frac{3}{9}\right) \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times \left(1 - \frac{1}{20}\right)$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 27

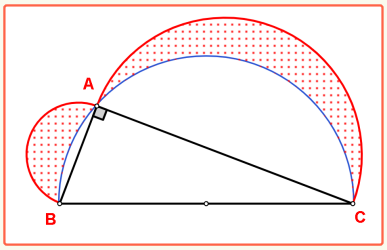
❖ Calculer, par deux méthodes, l'aire du triangle coloré en fonction de a et b.



Exercice 28

❖ Sachant que l'aire du triangle ABC rectangle en A est égale à **1**.

➤ Déterminer l'aire de la partie hachurée .



Exercice 29

❖ a est un nombre entier naturel non nul. Écrire $2a^2 + 2$ sous forme d'une somme de deux carrés parfaits, et appliquer cette règle sur **202**.

Exercice 30

❖ Résoudre l'équation : $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 1$.

Exercice 31

❖ Montrer que : $\frac{1}{2} < \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} < \frac{9}{10}$

Exercice 32

❖ On pose : $a = 100(1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 98 + 99)$ et $b = 99(1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots + 99 + 100)$.

➤ Comparer les nombres a et b.

Exercice 33

(1) Calculer le nombre : 2006^2

(2) En déduire la valeur de :

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{4024036}+\sqrt{4024035}}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 34

❖ ABC est un triangle dont tous les angles sont aigus , tel que H est l'orthocentre et S est l'aire.

➤ Montrer que : $\mathbf{S = \frac{1}{4}(AB \times CH + BC \times AH + AC \times BH)}$.

Exercice 35 (Carrés magiques)

❖ Remplir ce carré magique sachant que les sommes de chaque colonne, de chaque ligne et de chaque diagonale sont identiques et que les deux cases grisées contiennent des nombres opposés.

		0
	1	
		4

Exercice 36 (La persistance d'un nombre)

❖ Dans cet exercice, on considère des nombres entiers supérieurs ou égaux à **10** , écrits dans le système décimal. Lorsqu'on multiplie les chiffres qui composent l'écriture d'un nombre entier, on obtient un nouveau nombre. On recommence ce calcul avec ce nouveau nombre et ainsi de suite. Par exemple, pour le nombre **377** :

377 $\xrightarrow{3 \times 7 \times 7}$ **147** $\xrightarrow{1 \times 4 \times 7}$ **28** $\xrightarrow{2 \times 8}$ **16** $\xrightarrow{1 \times 6}$ **6**

➤ Le processus s'arrête lorsqu'on obtient un nombre s'écrivant avec un seul chiffre. Il a fallu **4** étapes en tout : on dit que **la persistance de 377 est 4.**

(1) Quelle est la persistance de chacun des nombres (a) **77** (b) **28534** (c) **6785791**

(2) La persistance de chacun des nombres **2019** ; **4806** et **13970875** est égale à **1**. Quel résultat général ces résultats semblent-ils illustrer ? Justifier.

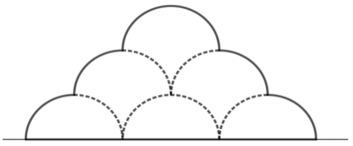
(3) Existe-il un chiffre que l'on pourrait insérer dans l'écriture d'un nombre sans changer sa persistance ?

(4) Trouver un nombre s'écrivant avec **20** chiffres dont la persistance soit **4**.

(5) Quelles sont les persistances possibles d'un nombre dont l'écriture comporte un chiffre pair et un **5** ?

Exercice 37 (Six demi-cercles)

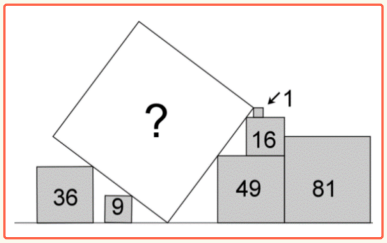
❖ Six demi-cercles de rayon **1**, et les diamètres de trois d'entre eux, déterminent le domaine représenté ci-contre. Quelle est l'aire de ce domaine ?



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 38 (Chamboule-tout)

❖ Sur la figure ci-contre, les aires de six carrés ont été indiquées. Un des sommets du carré oblique blanc coïncide avec un des sommets du carré d'aire **1**. Quelle est l'aire de ce carré ?



Exercice 39 (Développement décimal)

❖ Quand on effectue la division de **28** par **27** , on trouve **: 1,037037037037 . . .**

La division posée permet d'obtenir une écriture décimale périodique illimitée du quotient $\frac{28}{27}$.

La période de cette écriture est composée de trois chiffres (ici **037**) qui se répètent. La 5^{e} décimale est **3**.

1. Quelle est la 52^{e} décimale de $\frac{28}{27}$?
2. Quand on effectue la division de **19** par **13**, on trouve : **1,461538461538461538 . . .**
   De combien de chiffres est composée la période ?
   Quelle est la 100^{e} décimale de $\frac{19}{13}$?
3. Quand on effectue la division de **9533** par **270**, on trouve : **35,30740740740 . . .**
   De combien de chiffres est composée la période ?
   Quelle est la 1000^{e} décimale de $\frac{9533}{270}$?
4. L'écriture décimale de $\frac{1}{97}$ fait apparaître une période de **96** chiffres.
   Quel est le 97^{e} chiffre de cette période ? Et le 96^{e} ?

Exercice 40 (Code secret)

❖ Les participants à un jeu cherchent à sortir d'une pièce équipée d'un digicode et doivent pour cela découvrir le code à composer. Ils disposent des deux indices suivants :

Premier indice

Le code est une combinaison ordonnée de quatre chiffres différents pouvant constituer un nombre.
Ce nombre doit être strictement inférieur à **2018**.
Par exemple, **0627** est un code correspondant au nombre **627.**
Combien de codes différents peut-on composer ?

Second indice

Parmi tous les codes possibles obtenus avec le premier indice, l'un est tel que :

- ☆ Le nombre formé par le chiffre des milliers et celui des centaines est le double du nombre formé par le chiffre des dizaines et celui des unités ; par exemple pour **1809** , **18** est le double de **09**.
- ☆ La somme des quatre chiffres du code est paire et non divisible par **9**.

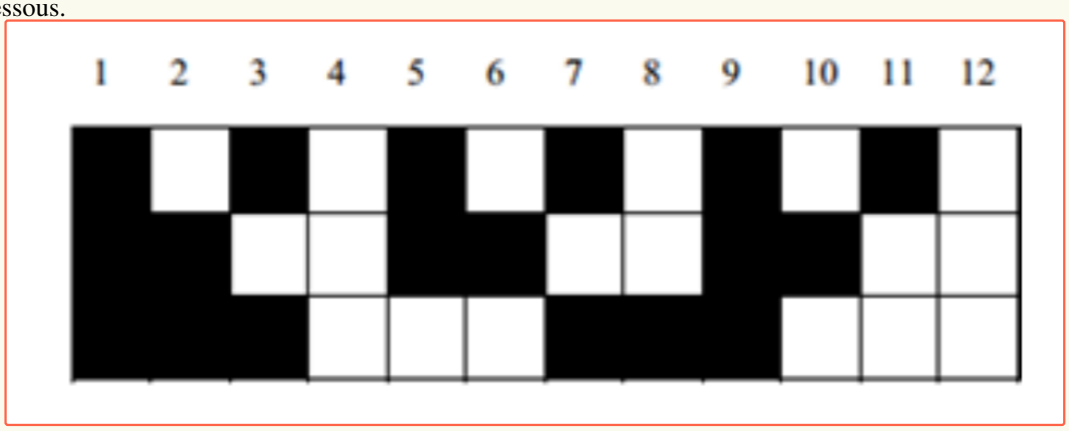
Quel est ce nombre ?
Le code à composer pour sortir de la pièce correspond au nombre obtenu comme différence entre les deux réponses précédemment obtenues (premier et second indices).

Quel est ce code ?

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 41 (La frise)

❖ Une frise est réalisée en recopiant vers la droite le motif constitué par les douze colonnes représentées ci-dessous.



❖ Chaque colonne de la frise est codée par trois symboles, **000** si les trois cases (de la colonne) sont blanches, **001** si les deux cases supérieures sont blanches et la troisième noire... et enfin **111** si les trois cases sont noires.

1. Comment est codée la colonne **10** de la frise ? Même question pour la colonne **14**.
2. Dans le motif ci-dessus, donner la ou les colonne(s) codées **100** ?
3. On se donne un entier n. Comment la colonne $12n + 5$ est-elle codée ?
4. Comment la colonne **2017** est-elle codée ?

Exercice 42 (Loto nouveau)

❖ Lors d'une partie de Loto, chaque joueur reçoit des cartes sur lesquelles sont inscrits des nombres entiers. Des jetons numérotés sont tirés au sort et le numéro porté par chacun est annoncé à haute voix. On gagne lorsque tous les nombres d'une ligne de sa carte ont été annoncés.

3	4	5
12	13	14
28	29	30

Ce soir, les règles ont un peu varié !

L'organisateur distribue des cartes sur lesquelles figurent neuf nombres répartis en trois lignes de trois nombres consécutifs (le tableau ci-dessus est un exemple d'une telle carte).
L'organisateur distribue des cartes sur lesquelles figurent neuf nombres répartis en trois lignes de trois nombres consécutifs (le tableau ci-dessus est un exemple d'une telle carte).

1. L'organisateur annonce : ≪ un lot est offert à qui complète une ligne de nombres dont la somme est **41** ≫. Peut-on gagner ?
2. L'organisateur annonce : ≪ un lot est offert à qui complète une ligne de nombres dont la somme est **57** ≫. Quels sont les nombres inscrits sur une ligne gagnante ?
3. À partir de maintenant : ≪ un lot de consolation est offert à qui présente une ligne de nombres dont le produit est multiple de **6** ≫. Qui gagne ?
   Dans cette question, les cartes comportent trois lignes de quatre nombres consécutifs.
4. L'organisateur annonce : ≪ si en ajoutant **1** au produit des quatre nombres d'une même ligne vous obtenez un carré parfait*, alors vous gagnez un lot ≫. Qui gagne ?

* On rappelle qu'un carré parfait est le carré d'un entier.

Exercice 43

❖ x et y et z des nombres réels positifs, tel que : $xyz = 1$.

Minicentre privé Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

On pose : $B = \dfrac{1}{xy+x+1} + \dfrac{1}{yz+y+1} + \dfrac{1}{zx+z+1}$. Montrer que $B = 1$.

Exercice 44

❖ Calculer : $A = \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\cdots\cdots\cdots\left(1-\frac{1}{225}\right)$

Exercice 45

❖ Calculer : $P = \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\left(1-\frac{1}{999}\right)\left(1-\frac{1}{1000}\right)$

Exercice 46

❖ n est un nombre entier naturel non nul.

Montrer que : $\left(1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)^2 = 1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}$

Exercice 47

❖ On pose :
$$\begin{cases} A = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\cdots\cdots\times\frac{99}{100} & \text{(A est le produit de 50 facteurs)} \\ B = \frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\cdots\cdots\times\frac{98}{99} & \text{(B est le produit de 49 facteurs)} \end{cases}$$

(1) Vérifier que : $AB = \dfrac{1}{100}$ et que $A < B$

(2) En déduire que : $A < \dfrac{1}{10} < B$

Exercice 48

❖ Sachant que : $a + \dfrac{1}{a} = \sqrt{5}$. Calculer $a^2 + \dfrac{1}{a^2}$ et $a^4 + \dfrac{1}{a^4}$ et $a^3 + \dfrac{1}{a^3}$

Exercice 49

❖ a et b et c et a' et b' et c' des nombres réels non nul tel que : $\dfrac{a}{a'} + \dfrac{b'}{b} = 1$ et $\dfrac{b}{b'} + \dfrac{c'}{c} = 1$

➤ Montrer que : $abc + a'b'c' = 0$

Exercice 50

❖ Résoudre les équations suivantes :

(a) $x^2 - \left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)x + \sqrt{10} = 0$ (b) $x^2 - x - 1 = 0$ (c) $\left(x^2-2x\right)^2 + 2\left(x^2-2x\right) = -1$

Exercice 51

❖ a , b , c , d des nombres réels strictement positifs.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Montrer que : $1 \leq \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+a+d} + \frac{c}{c+a+d} + \frac{d}{d+c+b} \leq 2$

Exercice 52

❖ x , y , z des nombres réels positifs.

Sachant que $\sqrt{y+z} + \sqrt{x} < \sqrt{x+z} + \sqrt{y}$. Montrer que $x < y$.

Exercice 53

❖ a , b deux nombres positifs, tel que $a^2 - b^2 = 1$ et n est un nombre entier naturel.

Montrer que : $\left(\frac{1}{a+b}\right)^n + \left(\frac{1}{a-b}\right)^n \geq 2$.

Exercice 54

1. Montrer que : $x^2 - 6x + 7 = (x-3)^2 - 2$
2. Résoudre l'équation : $x^2 - 6x + 7 = 0$
3. En déduire les solutions du système : $\begin{cases} A + B = 6 \\ A^2 + B^2 = 22 \end{cases}$

Exercice 55

❖ a , b , c , d des nombres réels non nuls, tel que $a \neq c$ et $b \neq d$

Montrer que $\frac{b^2(d-a)}{b-d} = \frac{a^2(c-b)}{a-c}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$.

Exercice 56

❖ a , b , c , d , x des nombres réels strictement positifs , tel que $abc = 1$

Montrer que $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

En déduire que : $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8$.

Exercice 57

❖ On considère l'équation : (E) $\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2+x-1} = \sqrt{3} - 1$.
U = $\sqrt{x^2+x+1}$ et V = $\sqrt{x^2+x-1}$.

1. Montrer que si x est un solution de (E) alors le couple (U,V) est solution du système (S), tel que : (S) $\begin{cases} U + V = \sqrt{3} + 1 \\ U - V = \sqrt{3} - 1 \end{cases}$
2. Résoudre (S) puis en déduire les solutions de l'équation (E).

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Examens Locaux

Ce livre est le fruit de plusieurs années d'enseignement des Mathématiques pour le niveau scolaire 3APIC. Il est organisé en deux parties, la première partie est consacrée aux examens normalisés avec leurs corrections qui contiennent 6 examens solutionnés et la deuxième contient plein des examens normalisés sans correction, pour éviter de faire un livre très volumineux.

Commencer à s'entrainer...

EXAMENS LOCAUX

Chapitre 14

Examen normalisé N° 1

Exercice 1

1) Calculer $\dfrac{\sqrt{8} \times \sqrt{9}}{\sqrt{2}}$ et $2\sqrt{75} - 5\sqrt{12}$

2) Donner l'écriture scientifique du nombre : $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-2} \times \dfrac{(10^{-3}) \times 10^{27}}{10^{-1}}$

3) Soit x un réel. Factoriser le nombre $16x^2 - 5$ (identité remarquable)

Exercice 2

1) Vérifier que : $(3 + \sqrt{3})^2 = 6\sqrt{3} + 12$ puis en déduire que $\sqrt{6\sqrt{3} + 12} = 3 + \sqrt{3}$

2) Rendre rationnelle dénominateur du nombre $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$

3) Déduire que : $\sqrt{6\sqrt{3} + 12} \times \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = 6$

Exercice 3

Soient x et y deux réels tel que : $1 < x < 6$ et $-2 < y < -1$

1) Montrer que : $-1 < x + y < 5$ et $-12 < xy < -1$

2) Déduire la comparaison de $x + y$ et xy

3) Encadrer le nombre $2x - y$.

Exercice 4

1) Sachant que $\cos(60°) = \dfrac{1}{2}$.

Montrer que : $\sin(60°) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan(60°) = \sqrt{3}$

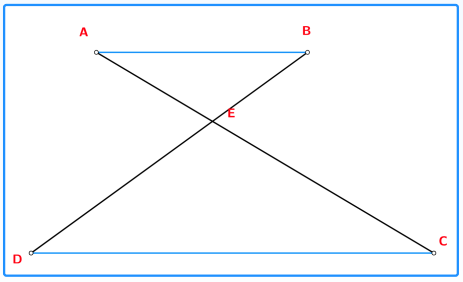
2) Calculer sans utiliser le théorème de Pythagore la hauteur de triangle équilatéral ABC :
AB = 6 cm

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

On considère la figure ci-contre (AB)//(CD) et AB = **5** et CD = **15** et EB = **3** et EC = **12**.

1. Montrer que AE = **4** et DE = **9**
2. Montrer que AEB est un triangle rectangle
3. Calculer BC.
4. Soit M un point de segment [DC] tel que DM = **11,25**. Montrer que (EM)//(BC)

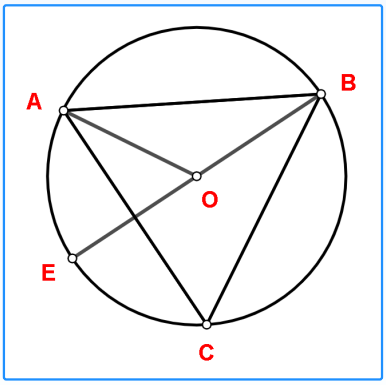


Exercice 6

On considère la figure ci-contre :

Dans un cercle de centre O tel que : $\widehat{AOB}$ = **130°** et $\widehat{BEC}$ = **50°**

1. Calculer la mesure $\widehat{BCA}$ et $\widehat{BAC}$ (justifier)
2. Déduire que ABC est un triangle isocèle.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 2

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

$A = \sqrt{5^2 - 3\sqrt{9}}$

et $B = \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} + \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + 2^{-3}\right]^{-1}$

et $C = 7\sqrt{8} - 4\sqrt{18} + \sqrt{50}$

2) Montrer que : $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}} = 1$

Exercice 2

1) Comparer : $5\sqrt{2}$ et $3\sqrt{6}$ déduire la comparaison de $5\sqrt{2}-4$ et $3\sqrt{6}-4$.

2) Montrer que :

$104 - 60\sqrt{3} = (5\sqrt{2} - 3\sqrt{6})^2$

et déduire que : $\sqrt{104 - 60\sqrt{3}}$.

3) a et b deux nombres réels tel que : $10 \leq a \leq 11$ et $-5 \leq b \leq -3$.

Encadrer : $a + b$ et $2a - b$ et $\frac{a-1}{2}$.

Exercice 3

1) Soit x la mesure d'un angle aigu, tel que : $\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

➤ Calculer : $\sin(x)$ et $\tan(x)$

2) Soit x la mesure de d'un angle aigu.

➤ Montrer que :

$\cos^2(x) + \cos^2(x) \times \tan^2(x) = 1$

3) Simplifier :

$A = 4\cos^2(32°) + \sin^2(13°) + 4\cos^2(58°) - \cos^2(77°)$

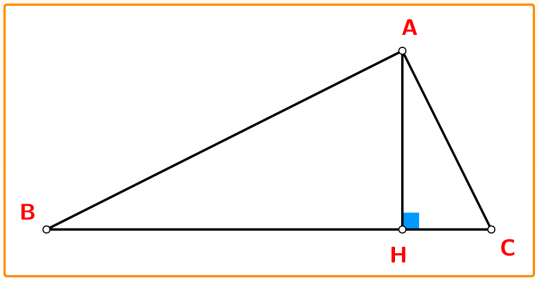
Exercice 4

➠ ABC est un triangle et [AH) son hauteur, tels que :

AB = 7,5 ; BH = 4,5 et HC = 8.

1) Calculer : AC et AH.

2) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

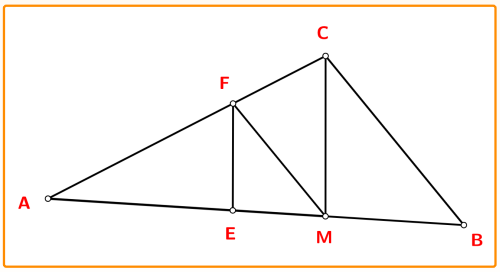


Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

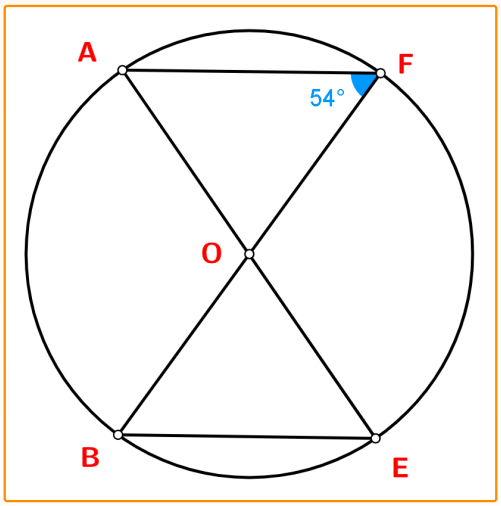
ABC est un triangle, tel que AB = **8**.
M est un point de [AB] tel que AM = **5**
(EF)//(MC) ; AF = **2,5** et FC = **1,5**.

1. Calculer AE.
2. Montrer que : (MF)//(BC)
3. Montrer que : $AM^2 = AE \times AB$



Exercice 6

(C) est un cercle de centre O et $\widehat{AFB} = 54°$.
Calculer $\widehat{AEB}$ et $\widehat{AOB}$.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 3

Exercice 1

1) Calculer : $a = 5^{-2} - \dfrac{26}{25}$ et $b = \left[3^{-1} \times \sqrt{6^2}\right]^3$

2) Simplifier et calculer :

- $d = 3\sqrt{27} - 4\sqrt{12} + \sqrt{48}$
- $e = \left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2} + 1\right)$
- $f = \sqrt{\sqrt{5} - 2} \times \sqrt{\sqrt{5} + 2}$
- $g = 1 - \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{20} - \sqrt{5}}$

Exercice 2

1) Comparer les nombres $\sqrt{1 + \dfrac{1}{8}}$ et $3\sqrt{\dfrac{1}{8}}$ puis $-2\sqrt{7}$ et $-4\sqrt{2}$

Déduire la comparaison des nombres : $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$ et $\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$

2) x et y deux nombres réels tels que : $\dfrac{1}{2} \leq y \leq 1$ et $-5 \leqslant x \leqslant -3$

Encadrer ➤ xy ➤ $y - x$ ➤ $2y + x$

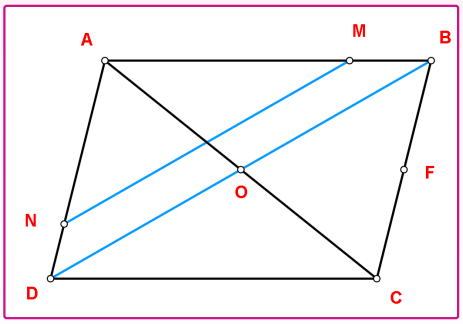
Exercice 3

ABCD est un parallélogramme de centre O.

Sachant que : AB = 8 , M est un point de [AB] et N est un point de [AD] tel que $\dfrac{AN}{AD} = \dfrac{3}{4}$ et (MN) parallèle à (BD).

1) Calculer AM et MN sachant que : BD = 9,6.

2) F est le milieu de [BC], montrer que : (OF)//(DC) puis calculer OF.



Exercice 4

b est la mesure d'un angle aigu tel que : $2\cos(b) = \sin(b)$

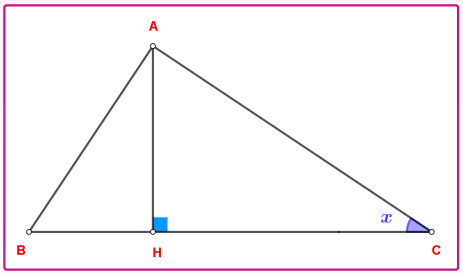
1) Calculer : $\tan(b)$ et $\sin(b)$ et $\cos(b)$

2) Calculer : $M = 1 + \dfrac{3}{\sqrt{3}}\sin(35°) - \sqrt{3}\cos(55°)$

3) ABC est un triangle et H est le projeté orthogonal de A sur (BC) tel que : AH = 4 et BH = 2 et $\tan(x) = \dfrac{1}{2}$

a) Montrer que : $AB = 2\sqrt{5}$ et $AC = 4\sqrt{5}$ et CH = 8

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

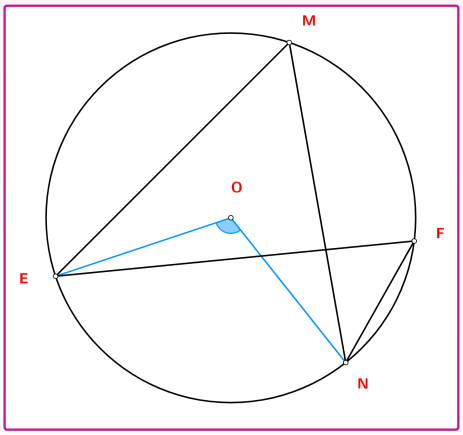


Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

C est un cercle de centre O et $\widehat{EON} = 110°$

1. Calculer le mesure des angles $\widehat{EMN}$ et $\widehat{EFN}$.
2. Comparer les angles $\widehat{MEF}$ et $\widehat{MNF}$.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 4

Exercice 1

1) Calculer $A = \sqrt{7^2 - 24}$ et $B = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3}$ et $C = \sqrt{\frac{14}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{7}}$

2) Simplifier puis calculer : $D = \sqrt{75} - 5\sqrt{12} + \sqrt{3}$ et $E = \frac{6}{3 - \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}}$

3) Donner l'écriture scientifique du nombre : $a = 17 \times 10^{-4} \times 4 \times 50000 \times 10^{-6}$

Exercice 2

1) Comparer les nombres $3\sqrt{7}$ et $4\sqrt{5}$.
Déduire la comparaison de $5 - 3\sqrt{7}$ et $3 - 4\sqrt{5}$

2) a et b deux nombres réels tels que : $85 \leq a \leq 86$ et $-51 \leq b + 3 \leq 50$
Encadrer : ➤ b ➤ $a + b$ ➤ $a - 2b$

Exercice 3

1) x est la mesure d'un angle aigu ($0° \leqslant x \leqslant 90°$) tel que $\sin(x) = \frac{1}{3}$.
Calculer ➤ $\cos(x)$ ➤ $\tan(x)$

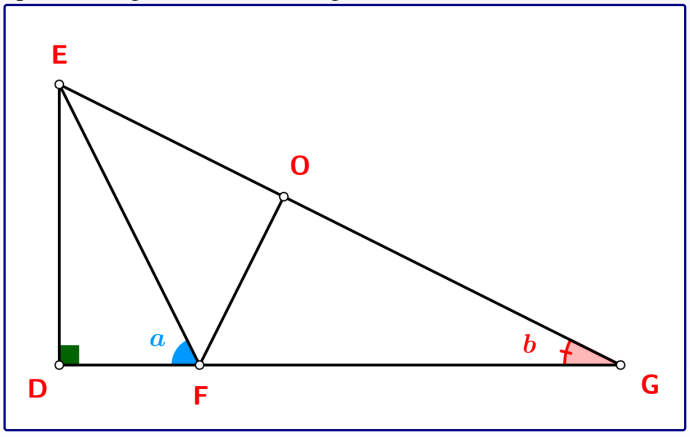
2) Calculer : $M = \sin 25° + \cos^2 42° - \cos 65° + \cos^2 -48° - \frac{1}{2}$

3) DEF est un triangle rectangle en D tel que : $DE = 4$ et $\tan(a) = 2$. (voir la figure).

a) Montrer que : $DF = 2$ et $EF = 2\sqrt{5}$

b) Sachant que : $a + b = 90°$ calculer $\tan(b)$ puis montrer que $DG = 8$ et $EG = 4\sqrt{5}$

c) O est un point de [EG] tel que $OG = 3\sqrt{3}$ et $OF = 3$ (voir la figure).
Montrer que le triangle OFG est rectangle en O.



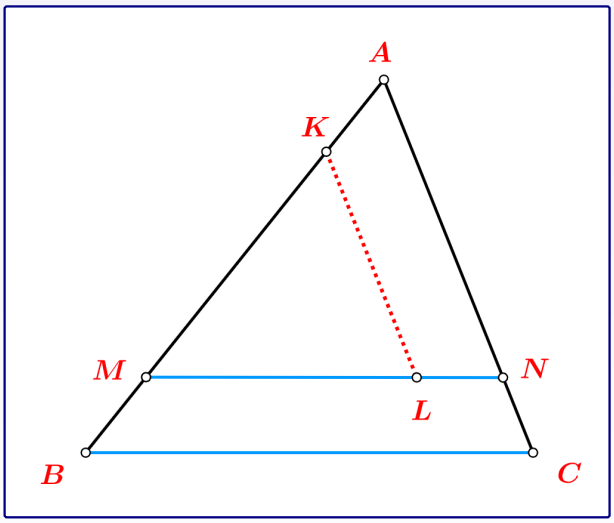
Exercice 4

On considère la figure suivante tel que : (BC)//(MN)
et $BC = 12$ et $AB = 9$ et $AM = 6$ et $AN = 5$.

1) Montrer que $MN = 8$ et $AC = 7{,}5$.

2) Sachant que : $MK = 4{,}5$ et $ML = 6$, montrer que : (AN)//(KL).

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

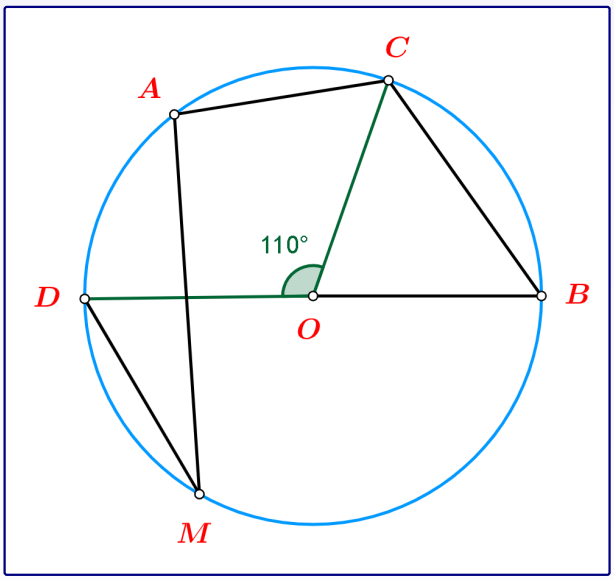


Exercice 5

(C) est un cercle de centre O.

A et B et C et D et M sont des points de (C) tel que : $\widehat{COD} = 110°$.

1. Calculer la mesure des angles : $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CBD}$ et $\widehat{OCB}$
2. Comparer : $\widehat{ABD}$ et $\widehat{AMD}$.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 5

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2 - 3^{-2}$
- $B = \sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 6\sqrt{5}$
- $C = \sqrt{2\sqrt{7} - \sqrt{3}} \times \sqrt{2\sqrt{7} + \sqrt{3}}$

2) Calculer : $\left(2\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^2$.

Déduire la simplification de : $\sqrt{17 + 4\sqrt{15}} - \sqrt{5}$

3) Rendre rationnel le dénominateur des fractions suivantes :

- $E = \frac{7}{2\sqrt{5}}$
- $F = \frac{3}{\sqrt{17} - \sqrt{14}}$

4) Donner l'écriture scientifique de $M = 0{,}00342 \times \left(10^5\right)^{-3}$

Exercice 2

1) Comparer les nombres : $3\sqrt{7}$ et $5\sqrt{2}$.

Puis $\frac{1}{4 - 5\sqrt{2}}$ et $\frac{1}{4 - 3\sqrt{7}}$.

2) x et y deux nombres réels tel que : $5 \leq x \leq 7$ et $-10 \leq y \leq -7$

Encadrer les nombres suivants : $x + y$; $x - y$; $x(y + 12)$; y^2

3) z un nombre réel tel que $-1 \leq \frac{3 - 2z}{3} \leq 3$, trouver l'encadrement du nombre z.

Exercice 3

1) Soit x la mesure d'un angle aigu, tel que : $\cos x = \frac{4}{5}$.

Calculer $\sin x$ puis $\tan x$

2) Simplifier ce qui suit : $K = 11\sin^2 51° - 7\cos 40° + 10\tan 32° \times \tan 58° + 11\sin^2 39° + 7\sin 50°$

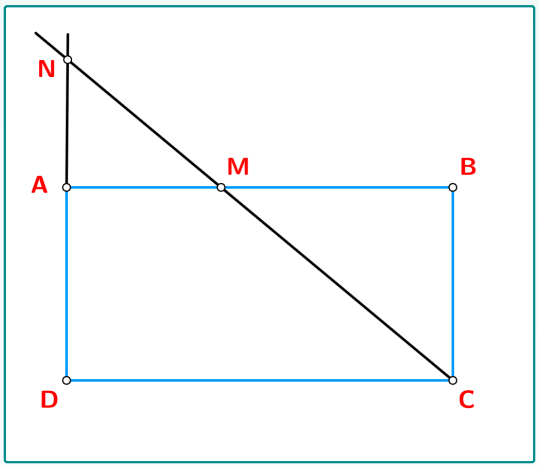
3) Soit α la mesure d'un angle aigu, simplifier : $L = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

Soit ABCD un rectangle tels que : AB = **5** et BC = **2 $\sqrt{5}$**.
M est un point de [AB] tel que MB = **4**.

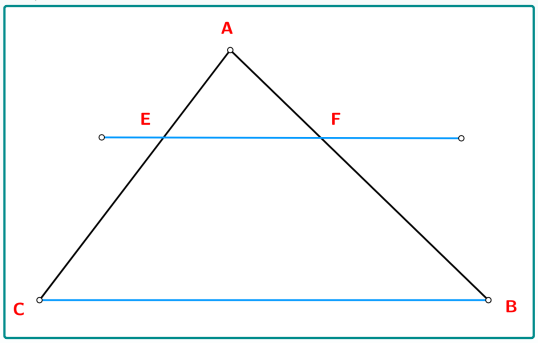
1. Montrer que : MC = **6**.
2. Calculer : **tan** $\widehat{BMC}$; **cos** $\widehat{BMC}$; **sin** $\widehat{BMC}$.
3. La droit (MC) coupe (AD) en N.
   Montrer que **cos** $\widehat{AMN}$ = **cos** $\widehat{BMC}$ puis calculer MN.



Exercice 5

ABC est un triangle tel que : AB = **8** et AC = **10** et BC = **7**
E est un point de [AC] tel que AE = **4**.

1. Le parallèle de (BC) passant par E coupe [AB] de F. Calculer AF et EF.
2. M est un point de [AC] tel que AM = **8**. et N est un point de [BC] tel que BN = **5,6**.
   Montrer que (MN)//(AB)



Exercice 6

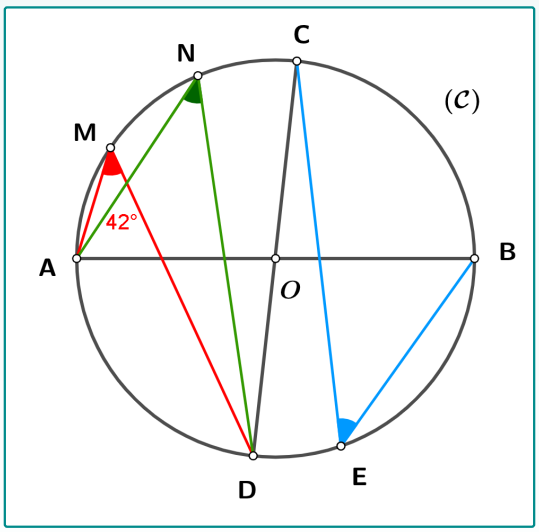
(*C*) est un cercle de centre O.

[AB] et [CD] deux diamètres du cercle (*C*) .

$\widehat{AMD}$ = **42°**.

Trouver la mesure des angles :

- $\widehat{AOD}$
- $\widehat{AND}$
- $\widehat{CEB}$



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 6

Exercice 1

1) Calculer puis simplifier les expression suivantes :

- $A = (\sqrt{2})^2 + \sqrt{9}$
- $B = \left(3^{-1} + \frac{2}{3}\right)^{2022}$
- $C = \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{3}}$
- $D = \sqrt{8} + \sqrt{18}$

2) Vérifier que :

$$\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{10} = 7$$

3) Rendre rationnel le dénominateur de la fraction suivante :

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

4) Donner l'écriture scientifique du nombre :

0,000892

.

Exercice 2

A,B et C trois points du cercle (C) du centre O tel que :

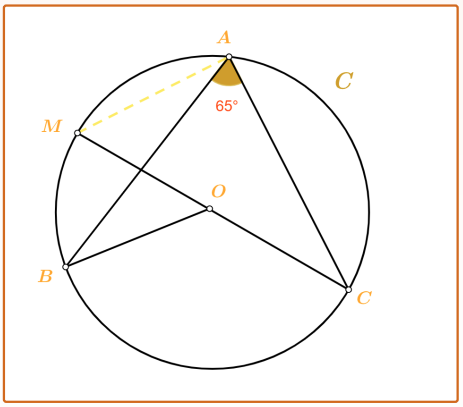
$$\widehat{BAC} = 65°$$

M est le point diagonalement opposé au point C.

1) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BMC}$, justifier votre répense.

2) Montrer que :

$$\widehat{BOC} = 130°$$



Exercice 3

ABCD es un parallélogramme tels que :

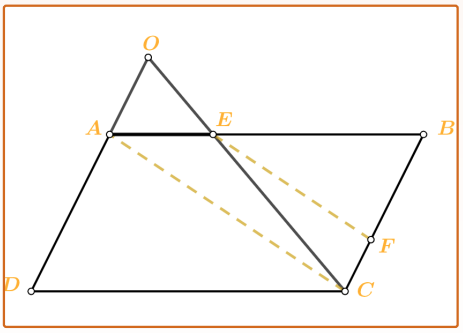
$$AD = 3 \text{ et } CD = 4$$

et O est un point de [DA] tel que : $OA = 1$ **(voir la figure).**
La droite (OC) coupe la droite (AB) au point E.

1) Montrer que : $AE = \frac{4}{3}$.

2) F est un point de [BC] tel que : $CF = 1$.

Montrer que : (EF)//(AC).



Exercice 4

a et ***b*** deux nombres réels positifs tel que :
$a^2 - b^2 = 1$.

Montrer que :

$$\sqrt{\frac{a+b}{2}} + \sqrt{\frac{a-b}{2}} = \sqrt{a+1}$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

1 a Comparer : $3\sqrt{2}$ et $\sqrt{19}$.

b Déduire une comparaison des deux nombres :

$$\sqrt{5-3\sqrt{2}} \text{ et } \sqrt{5-\sqrt{19}}$$

c Simplifier :

$$\sqrt{\left(3\sqrt{2}-\sqrt{19}\right)^2}-\sqrt{19}$$

2 a et b deux nombres réels tel que :

$$2 \leq a \leq 3$$
$$-5 \leq b \leq -3$$

Encadrer :

- $2a-b$
- ab
- a^2+b^2

3 x est un nombre réel tel que : $x > 3$

Comparer :

$$\frac{4}{x+1} \text{ et } 1$$

Exercice 6

1 α est la mesure d'une angle aigu tel que :

$$\cos(\alpha)=\frac{3}{5}$$

Calculer : $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$.

2 Simplifier l'expression suivante :

$$E=\sin^2 37^\circ+2\sin^2 45^\circ+\sin^2 53^\circ.$$

3 x est la mesure d'une angle aigu non nulle ;

Montrer que :

$$\tan(x)+\frac{1}{\tan(x)}=\frac{1}{\cos(x).\sin(x)}$$

Exercice 7

ABC est un triangle tel que :

$$AB=2,\ AC=3 \text{ et } BC=\sqrt{5}.$$

1 Montrer que ABC est un triangle rectangle en B puis construire la figure.

2 Calculer les formes trigonométriques de l'angle $\widehat{ACB}$.

M est le milieu du segment [AB] et H est la projection orthogonale du point M sur (AC).

3 a Montrer que :

$$MH=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

b Calculer AH.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 7

Exercice 1

1) Simplifier :

➤ $A = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + \sqrt{32}$

➤ $B = \sqrt{\frac{27}{8}} \times \sqrt{\frac{32}{3}}$

2) Calculer :

➤ $C = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

puis déduire une écriture simplifier du nombre :

➤ $D = \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$

3) Rendre rationnelle le dénominateur des deux nombres suivantes :

➤ $E = \frac{1}{\sqrt{2}}$

➤ $F = \frac{1}{2 - 3\sqrt{2}}$

4) Écrire sous fore d'une puissance :

$$G = \frac{(a \times b^2)^3 \times a^{-2}}{a \times b^5}$$

5) Donner l'écriture scientifique du nombre :

$H = 1200 \times 0{,}000005 \times (10^2)^5$

6) Factoriser l'expression suivante :

$I = a^2 - 16 + 5(a + 4)$

Exercice 2

1) Comparer les deux nombres suivants :

$2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{5}$

2) a,b et c trois nombres réels tel que :

$1 \leq a \leq 2$

$-5 \leq b \leq -3$

et

$1 \leq \frac{2c + 1}{3} \leq 3$

3) a) Montrer que :

$1 \leq c \leq 4$

b) Encadrer :

➤ $a + b$

➤ $a - b$

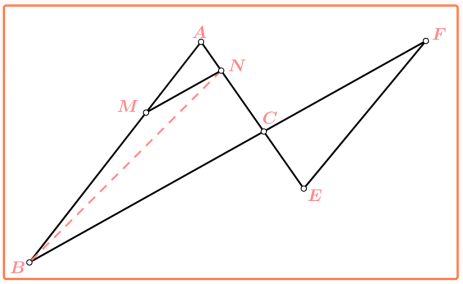
➤ ab

➤ $\frac{a}{c}$

Exercice 3

On considère la figure ci-contre, tel que : (MN)//(BC), N ∈ [AC] et M ∈ [AB].

$AN = 4$, $BC = 12$ et $AC = 4$.



1) Calculer MN.

2) Sachant que :

$CE = 4$ et $CF = 8$

Montrer que :

(BN)//(EF).

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 2,\ AC = 2\sqrt{3} \text{ et } BC = 4$$

1. Montrer que : ABC est un triangle rectangle en A.
2. Calculer les formes trigonométrique de l'angle : $\widehat{ABC}$.
3. H est la projection orthogonale du point A sur la droite (BC)
   a. Montrer que :
   $$AH = \sqrt{3}$$
   b. Calculer BH.
4. α est la mesure d'un angle aigu.
   Sachant que :
   $$\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$
   Calculer :
   $$\cos\alpha \text{ et } \tan\alpha$$
5. x et y les mesures de deux angles non nuls tel que :
   $$x + y = 90°$$
   Montrer que :
   $$\cos x \times \sin y - \sin x \times \cos y = 2\cos^2 x - 1.$$

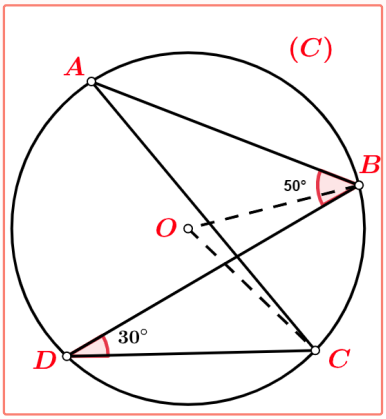
Exercice 5

On considère la figure suivante ;
Dans un cercle de centre O tel que :

$$\widehat{BDC} = 30° \text{ et } \widehat{ABD} = 50°.$$

Calculer la mesure de chacun des angles :

$$\widehat{ACD} \text{ et } \widehat{BOC}.$$



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 8

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $\sqrt{18} + 2\sqrt{36} - 3\sqrt{2}$
- $\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$
- $\left(\dfrac{4}{\sqrt{7}}\right)^{-2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{3}$
- $\dfrac{5^{13} \times 2^{13}}{10^{20} \times (10^{-3})^{4}}$

3) Développer et réduire :

- $(9 + x)(9 - x)$
- $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^{2}$

4) Factoriser :

- $\sqrt{5}(8x - 9) - 2(8x - 9)$
- $\left(7x + \dfrac{4}{5}\right)^{2} - \dfrac{9}{25}$

Exercice 2

1) Sachant que :

$$3 \leq x \leq 7$$

et

$$10 \leq y \leq 20$$

Encadrer :

- xy
- $\dfrac{xy}{x+y}$

2) On pose :

$a = \sqrt{3} + \sqrt{5}$

$b = \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}$

2) a) Calculer et réduire :

- $\left(\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^{2}$
- $\left(\sqrt{8 + 3\sqrt{7}}\right)^{2}$

b) Comparer : $2\sqrt{15}$ et $3\sqrt{7}$.

c) Déduire une comparaison de a et b.

Exercice 3

Dans la figure ci-contre,

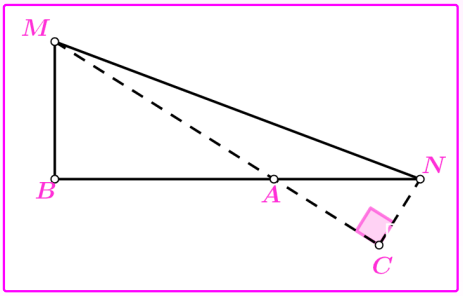
MN = $2\sqrt{10}$, BM = 2 et BN = 6 .

1) Montrer que MBN est un triangle rectangle.

2) A est le milieux du segment [BN], calculer AM.

3) Calculer $\cos(\widehat{BAM})$.

4) Calculer AC.



Minicentre privé Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

Dans la figure ci-contre,

AB = **15**, AE = **10,** AF = **12** et (EF)//(BC)**.**

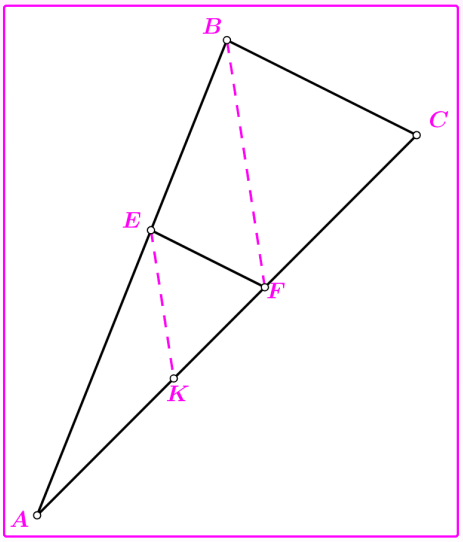
1. Calculer AC**.**
2. On considère le point K de [AF] tel que :

   AK = **8**

   Montrer que :

   (EK)//(BF)**.**
3. Montrer que :

   BC × EK = BF × EF



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 9

Exercice 1

1) Calculer et réduire :

- $A = \left(\sqrt{2}\right)^2 + \sqrt{16}$
- $B = \dfrac{\left(\sqrt{3} \times 10^8\right)^2 \times 10^{-7}}{3 \times 10^5}$
- $C = \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$
- $D = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{50}$

2) Montrer que :

- $\dfrac{9}{\sqrt{3}} + \dfrac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 3\sqrt{5}$

3) Factoriser ce qui suit :

- $E = (3x + \sqrt{5})^2 - 5$
- $F = 3x^2 - 10x\sqrt{3} + 25.$

Exercice 2

1) Comparer : $3\sqrt{2}$ et $\sqrt{19}$ puis déduire une comparaison des deux nombres : $\sqrt{5 - \sqrt{19}}$ et $\sqrt{5 - 3\sqrt{2}}$.

2) x et y deux nombres réels tel que :

$$0 \leq x \leq 2$$

et

$$-3 \leq y \leq -1$$

Ecadrer :

- $x + y$
- $y - x$
- $x \times y^2$

3) On considère le nombre m tel que :

$$1 \leq \frac{m\sqrt{3} - 1}{2} \leq 4$$

Montrer que :

$$\sqrt{3} \leq m \leq 3\sqrt{3}$$

Exercice 3

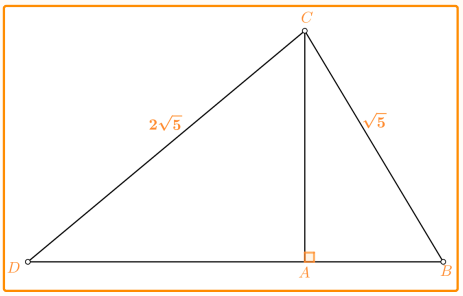
1) On considère la figure ci-contre, tel que :

$AB = 1$, $BC = \sqrt{5}$, $CD = 2\sqrt{5}$ et $AD = 4$

a) Calculer AC.

b) Montrer que : BDC est un triangle rectangle en C.

c) Calculer $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ADC}$.



2) x est la mesure d'un angle aigu, Calculer $\cos x$ et $\tan x$ sachant que : $\sin x = \dfrac{2}{3}$.

3) Simplifier l'expression suivante :

$$M = \sqrt{2}\sin^2(11°) + \frac{\cos(68°)}{\sin(68°)} + \sqrt{2}\sin^2(79°) - \tan(22°).$$

4) t est la mesure d'un angle aigu, Simplifier ce qui suit :

$$N = 3 \times \cos^2 t \times \left(1 - 2\tan^2 t\right) - 9\cos^2 t.$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

EFGH est un rectangle, tel que :EF = **10**, EH = **4** et soit M un point de [EH] tel que : EM = **1**.
La droite passant par M parallèle à (EF) et coupe [FH] en N**.**

1. Construire la figure.
2. Calculer MN**.**
3. Soit P un point de [EF] tel que :EP = **2,5.**

   Montrer que :

   (MP)//(FH)**.**

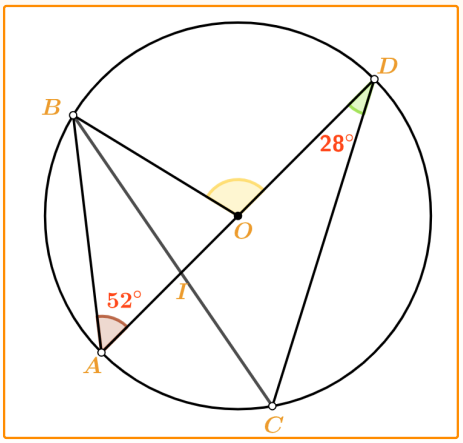
Exercice 5

On considère la figure ci-contre, tel que :

$\widehat{BAD} = 52°$ et $\widehat{ADC} = 28°$

1. Calculer la mesure de chacune des angles :$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BOD}$,justifier votre répense.
2. Montrer que $\widehat{ABI}$ et $\widehat{ICD}$ sont identiques.
3. Déduire que :

   IB × IC = IA × ID



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 10

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $\sqrt{81} + \sqrt{25} - 2\sqrt{49}$
- $-7\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$
- $\dfrac{\sqrt{45} + \sqrt{20}}{2\sqrt{5}}$

2) Rendre rationnel le dénominateur des fractions suivantes :

- $a = \dfrac{1}{3\sqrt{5}} + \dfrac{3}{\sqrt{15}}$
- $b = \dfrac{12}{\sqrt{29} - \sqrt{17}}$
- $c = \dfrac{7}{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

3) Soit x un nombre réel tel que :

$$K = x^2 - 49 + (x - 7) \times (4x - 1)$$

a) Développer et réduire l'expression K.

b) En utilisant la factorisation, montrer que :

$$K = (x - 7) \times (5x + 6)$$

4) a et b deux nombres réels tel que :

$$A = a^{-4} \times 3b^8 \times \left(3a^2 \times b^{-2}\right)^3$$

a) Montrer que :

$$A = (9ab)^2$$

b) Donner l'écriture scientifique de A pour : $a = 10^{-2}$ et $b = 10^3$.

Exercice 2

Dans la figure ci-contre ;

$$BC = 2\sqrt{3},\ DC = 4\sqrt{3},\ BD = 6 \text{ et } AB = 2\sqrt{5}$$

1) En utilisant le théorème de Pythagore, calculer AD.

2) Montrer que DBC est un triangle rectangle en un point à préciser.

3) Calculer $\cos \widehat{DCB}$ puis déduire la mesure de l'angle $\widehat{DCB}$.

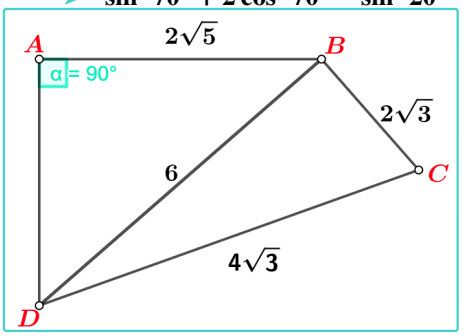
4) α est un angle aigu.

Calculer $\sin \alpha$ et $\tan \alpha$ sachant que : $\cos \alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

5) x est un angle aigu.

Calculer :

- $(\cos x + \sin x)^2 - 2 \cos x \sin x$
- $\sin^2 70° + 2\cos^2 70° - \sin^2 20°$



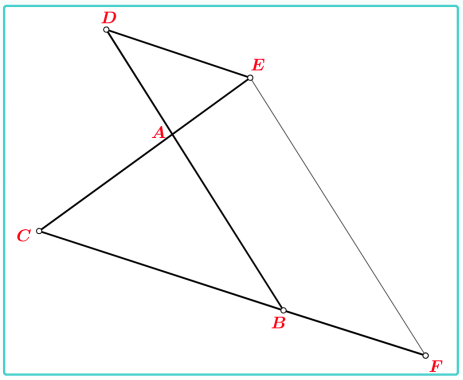
Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 3

ABC est un triangle, E et D deux points appartient aux droites (AC) et (AB) respectivement.
Les deux droites (DE) parallèle à (CB).

$$AB = 7{,}5 \quad AE = 4, \quad AC = 6 \text{ et } BC = 9$$

F ∈ (CB) tel que :BF = 6. **(Voir la figure)**



1. En utilisant le théorème de Thalès, calculer AD et DE.
2. a. Vérifier que :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$$

   b. Montrer que : (AB) parallèle à (EF).
   c. Calculer EF.

Exercice 4

1. Comparer :
   - $4\sqrt{5}$ et $5\sqrt{3}$
   - $5\sqrt{3} - \pi$ et $4\sqrt{5} - \pi$
   - $\frac{1}{4\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{5\sqrt{3}}$
2. a et b deux nombres réels tel que :

$$1 \leq a \leq 3$$

et

$$-1 \leq 3b + 8 \leq 2$$

   a. Montrer que :

$$-3 \leq b \leq -2$$

   b. Calculer :
   - $a + b$
   - $a - b$
   - b^2
   - $b + a + 8$
3. x est un nombre réel strictement positif.

   Comparer :

$$x + \frac{1}{x} \text{ et } 2$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 11

Exercice 1

1) Calculer et réduire :

$$A = \left(\sqrt{5} - \sqrt{6}\right)^2$$

2) Calculer et réduire :

- $B = \sqrt{28} - \sqrt{63}$
- $C = \sqrt{\frac{48}{11}} \times \frac{1}{4}\sqrt{33}$
- $D = \sqrt{200} - 4\sqrt{9} \times \sqrt{2}$

3) On considère les deux nombres a et b tel que :

- $a = 36 \times 10^2$
- $b = 0.2 \times 10^5$

a) Montrer que :

$$\frac{a}{b} = 18 \times 10^{-2}$$

b) Donner l'écriture scientifique de $\frac{a}{b}$ et **45000.**

4) Rendre rationnel le dénominateur de la fractions suivante :

$$F = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1}.$$

Exercice 2

1) Comparer $\sqrt{15}$ et $2\sqrt{3}$.

2) Déduire une comparaison de $3 + \sqrt{15}$ et $3 + 2\sqrt{3}$.

3) Soit x et y deux nombres réels tel que :

$$2 \leq x \leq 3$$
$$-5 \leq y \leq -2$$

Encadrer :

- $x + y$
- xy
- $x - y$

Exercice 3

ABC est un triangle tels que :

$$AB = 4,\ AC = 2\sqrt{5} \text{ et } BC = 2$$

1) Montrer que : ABC est un triangle rectangle.

2) Calculer $\tan(\widehat{BAC})$.

3) Soit M un point de (AB) tel que : MCA est un triangle rectangle en A.

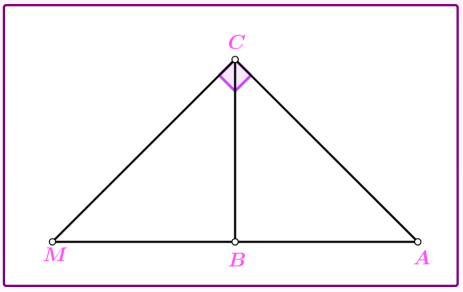
Calculer CM.

4) Calculer :

$$A = \sin^2(35°) + \sin^2(55°) + \tan(50°) - \frac{1}{\tan(40°)}$$

5) Soit a la mesure d'aun angle aigu, tel que :$\sin(a) = \frac{3}{5}$.

Calculer : $\cos(a)$ et $\tan(a)$.



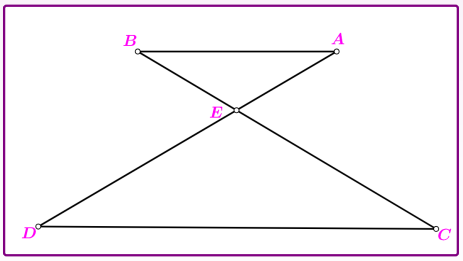
Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

Dans la figure ci-contre ;

ED = **6**, EB = **2,** EC = **3** et EA = **4**

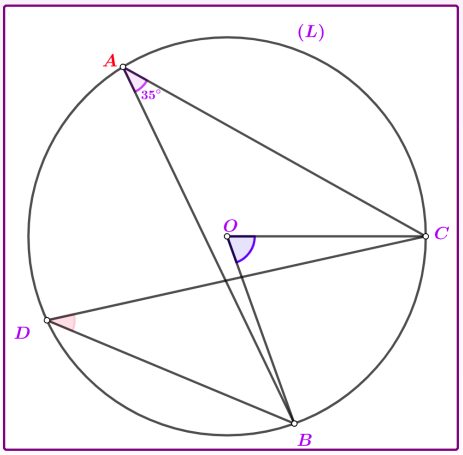
1. Montrer que (AB)//(DC)**.**
2. Sachant que :AB = **4,**calculer CD**.**



Exercice 5

On considère la figure suivante, tel que (L) est un cercle de centre O est $\widehat{BAC}$ = **35°.**

1. Montrer que : $\widehat{CDB}$ = **35°.**
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BOC}$**.**



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 12

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1} + 2\sqrt{3}\right]^2$
- $B = 3\sqrt{48} + 2\sqrt{27} - \sqrt{75}$
- $C = \left(1 - \sqrt{2}\right)\left(2 - \sqrt{2}\right)$
- $D = \sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$
- $E = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$

2) Développer et réduire :

$$(2 + \sqrt{6})^2$$

Puis déduire une écriture simplifier du nombre :

$$F = 2\sqrt{10 + 4\sqrt{6}} - 2\sqrt{6}$$

3) Donner l'écriture scientifique de :

$$M = \frac{60 \times 10^{-4}}{0{,}003 \times 10^3}$$

4) Factoriser :

$$N = (x - 5)(2x + 3) + (4 - x)(x - 5)$$

Exercice 2

1) Comparer $3\sqrt{6}$ et $4\sqrt{3}$ puis déduire une comparaison de :

$$-\frac{1}{4\sqrt{3}} + 7 \text{ et } -\frac{1}{3\sqrt{6}} + 7$$

2) x et y deux nombres réels tels que :

$$1 \leq 2x - 5 \leq 3$$

$$-3 \leq y \leq -2$$

a) Montrer que :

$$3 \leq x \leq 4$$

b) Encadrer :

- $x + y$
- xy
- $x - y$
- y^2

Exercice 3

ABC est un triangle tels que :

$$AC = 8,\ AB = 4\sqrt{3} \text{ et } BC = 4.$$

1) Montrer que ABC est un triangle rectangle.

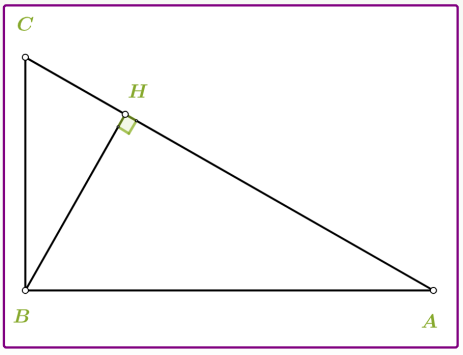
2) Calculer les formes trigonométriques de l'angle : $\widehat{ACB}$.

3) Soit H la projection orthogonale du point B sur (AC).

a) Montrer que :

$$CH = 2$$

b) Calculer BH.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

α est la mesure d'un angle aigu tel que :

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

1. Calculer $\cos\alpha$ et $\tan\alpha$.
2. Calculer :

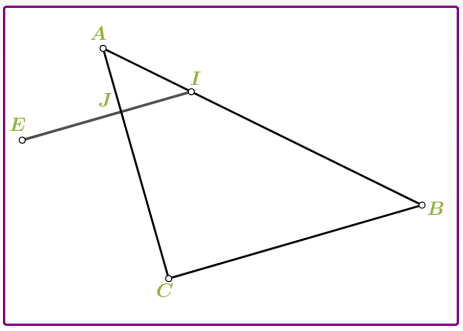
$$P = 3\cos^2 32° + \sin 29° + 3\cos^2 58 - \cos 61°.$$

Exercice 5

Dans la figure ci-contre ;

$$AC = 6,\ AB = 8,\ BC = 4 \text{ et } AJ = 1{,}5.$$

tel que (BC)//(IJ).



1. Calculer AI et IJ.
2. Soit E est un point de (IJ) tel que : EJ = 3.
   Montrer que : (EC)//(AI).

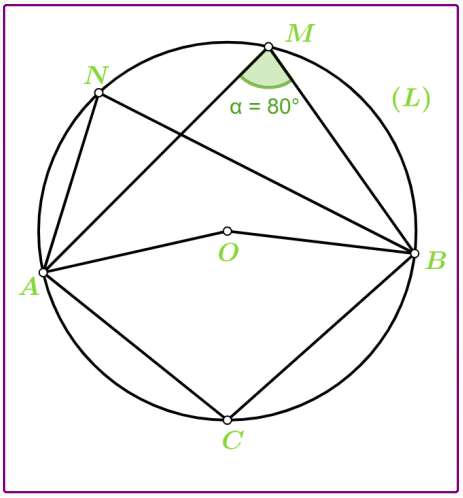
Exercice 6

On considère la figure suivante, tel que O est le centre du cercle (L).

On a :

$$\overset{\frown}{AMB} = 80°$$

Calculer : $\overset{\frown}{ANB}$, $\overset{\frown}{AOB}$ et $\overset{\frown}{ACB}$.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 13

Exercice 1

1) Calculer :

- $A = \left(5^{-1} + \sqrt{5}^{-2}\right)^{-2}$
- $B = \sqrt{12} - 4\sqrt{3} + \sqrt{75}$
- $C = \sqrt{18} \times \sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{45}$

2) Rendre rationnelle le dénominateur des nombres :

$$a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ et } b = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}.$$

3) Calculer et réduire :

$$D = \left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2$$

Puis déduire une simplification du nombre

$$E = \left(2\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\sqrt{14 + 4\sqrt{6}}$$

4) Donner l'écriture scientifique du nombre :

$$T = 0{,}00049$$

5) Factoriser :

$$S = (5x - 7)^2 - 16$$

Exercice 2

1) Comparer $2\sqrt{11}$ et $3\sqrt{5}$ puis déduire une comparaison de

$$\frac{1}{3\sqrt{5}} + 7 \text{ et } \frac{1}{2\sqrt{11}} + 7$$

2) x et y deux nombres réels tel que :

$$2 \leq x \leq 3$$

et

$$-5 \leq y \leq -2$$

2) Encadrer :

- $x + y$
- $x - y$
- xy
- y^2

3) c est un nombre réel tel que :

$$-1 \leq \frac{c - 1}{3} \leq 1$$

Donner un encadrement de c.

Exercice 3

EFG est un triangle tels que :

$$EF = 3, EG = 3\sqrt{3} \text{ et } FG = 6$$

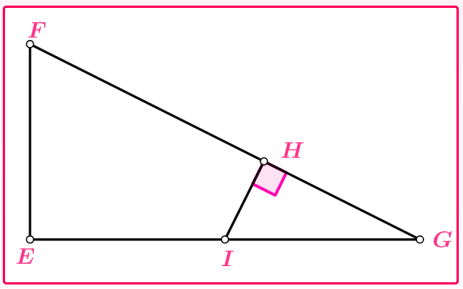
1) Montrer que :EFG est un triangle rectangle en E.

2) Donner les formes trigonométriques de l'angle $\widehat{EGF}$.

3) Soit I un point de [EG] tel que :GI = 2,

et H est la projection orthogonale du point I sur (FG).

Calculer :IH.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

1) α est la mesure d'une angle aigu tel que : $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.

Calculer $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$.

2) Calculer :N $= 6\sin^2 34° - \tan 37° \times \tan 53° + 6\sin^2 56°$.

Exercice 5

ABCD est un parallélogramme tel que :

$$BC = 5 \text{ et } AB = 7$$

- I est un point de [BC] tel que :CI $= 3$.
- J est un point de [DC] tel que :CJ $= 4{,}2$.

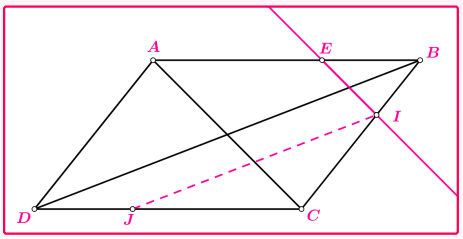
1) Montrer que :

$$(BD)//(IJ)$$

2) On suppose que : AC $= 6$.

La droite (EI) parallèle à (AC) qui passe par I et coupe [AB] en E.

Calculer BE et EI.

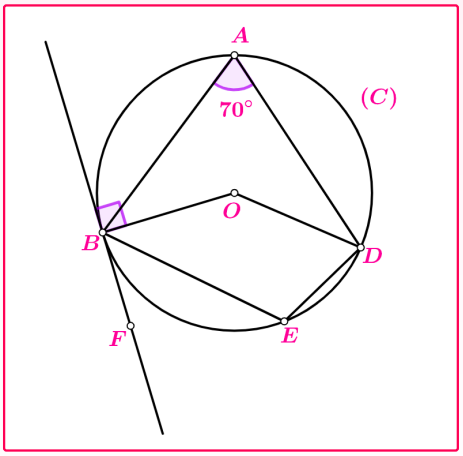


Exercice 6

A,B,D et E trois points du cercle (C) de centre O tel que :

$$\widehat{BAD} = 70°$$

Calculer $\widehat{BOD}$,$\widehat{BED}$ et $\widehat{DBF}$ tel que : (OB) est orthogonale sur (BF).



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 14

Exercice 1

1) 1-Calculer et réduire :

- $A = \sqrt{2} \times \sqrt{4{,}5}$
- $B = \sqrt{54} + \sqrt{600} - 5\sqrt{24}$
- $C = \dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

2) Donner l'écriture scientifique de :

$$D = 3 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^{10}$$

3) On considére le nombre

$$E = \left(2+\sqrt{3}\right)^2 - \left(1-\sqrt{3}\right)^2$$

a) Développer E.

b) Factoriser E.

Exercice 2

1) Comparer :7 et $4\sqrt{3}$.

2) a et b deux nombres réels tels que :

$$1 \leq a \leq 3$$
$$-6 \leq b \leq -2$$

2) a) Encadrer :

- $a+b$
- $a-b$
- ab

b) Montrer que :

$$0 \leq \frac{a^2+b^2-5}{20} \leq 2$$

Exercice 3

Dans la figure ci-contre (EF)//(BC) et

$$AE = 2cm,\ AB = 5cm \text{ et } BC = 6cm$$

1) Calculer EF.

2) M un point de [AB] et N un point de [CB] tel que :

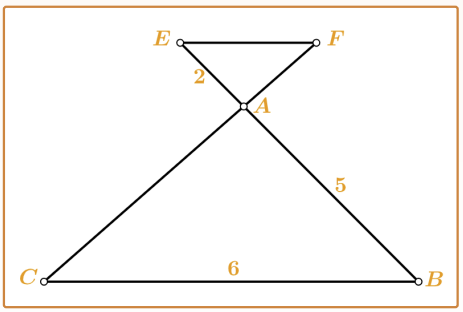
$$BM = 1cm \text{ et } BN = 1{,}2cm$$

a) Montrer que :

$$(MN)//(AC)$$

b) Montrer que :

$$AC = 5MN$$



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

ABC est un triangle tels que :

$$AB = 2cm, AC = 2\sqrt{3}cm \text{ et } BC = 4cm.$$

1. Montrer que : ABC est un triangle rectangle en A.
   a. Calculer :

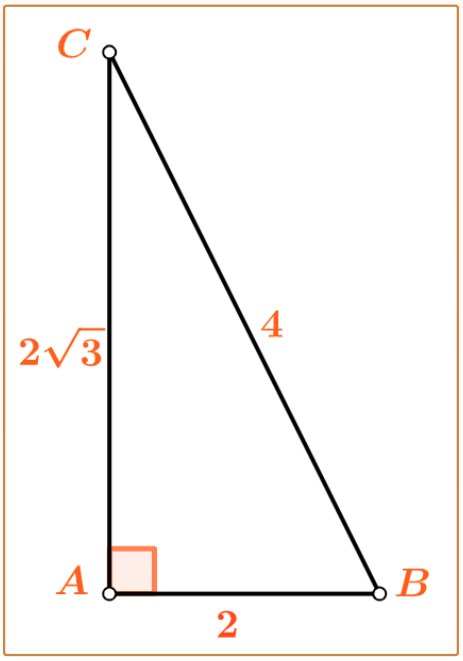
   $$\sin\left(\widehat{ABC}\right), \cos\left(\widehat{ABC}\right) \text{ et } \tan\left(\widehat{ABC}\right).$$

   b. Déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
2. α est la mesure d'un angle aigu et non nul, tel que :

   $$\cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

   Calculer $\sin\alpha$.
3. Calculer :

$$K = \cos^2 87° + 4\cos^2 60° + \frac{\sin 10°}{\cos 10°} \times \tan 80° + \cos^2 3°$$

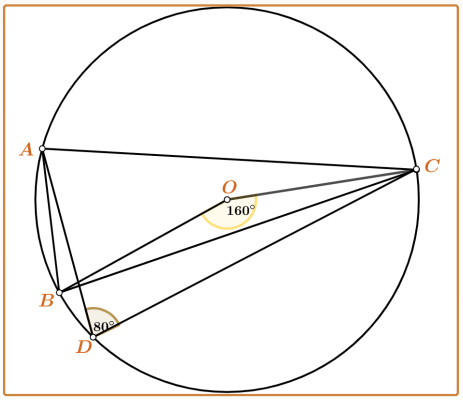


Exercice 5

Dans la figure ci-contre ;
O est le centre d'un cercle et $\widehat{ADC} = 80°$ et $\widehat{BOC} = 160°$.

1. Calculer : $\widehat{ABC}$.
2. Calculer $\widehat{BAC}$.
3. Montrer que :

$$AC = BC$$



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 15

Exercice 1

1) Développer et réduire :

- $a = \sqrt{81}$
- $b = (-1)^3 \times \dfrac{\sqrt{3} \times \sqrt{12}}{1 + \sqrt{4}}$
- $c = 3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{98}$

2) Rendre rationnelle le dénominateur des nombres suivants :

$$\frac{1}{\sqrt{11}} \text{ et } \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{13} + 5}$$

3) Développer et réduire :

- $A = \left(3 + \sqrt{7}\right)^2$
- $B = (3x - 2)^2$
- $C = (1 - x)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

4) Factoriser :

- $E = 9x^2 + 12x + 4$
- $F = 3 - 2x\sqrt{3} + x^2$
- $G = 3 - 9x^2$

5) Comparer les deux nombres $7\sqrt{2}$ et $4\sqrt{6}$ puis déduire une comparaison de :

$$7\sqrt{2} - 2022 \text{ et } 4\sqrt{6} - 2022.$$

6) Donner l'écriture scientifique de :

$$M = \frac{0{,}3 \times 10^9 \times 10^{-7}}{2 \times (10^3)^{-1}}$$

7) On considére les deux nombres réels a et b, tel que :

$$1 \leq a \leq 3 - 3$$
$$-5 \leq b \leq$$

Encadrer :

- $a + b$
- $a - b$
- $\dfrac{a + 3}{2b}$

Exercice 2

Dans la figure ci-contre, on a :

$AB = 5$, $AC = 6$, $AM = 2{,}5$ et $AN = 3$

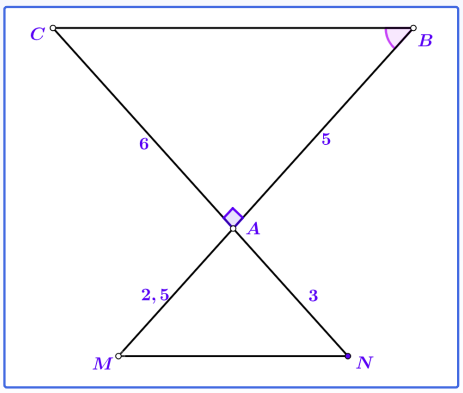
1) Calculer BC.

2) Calculer $\cos \widehat{ABC}$ et $\sin \widehat{ABC}$ puis déduire $\tan \widehat{ABC}$.

3) Montrer que : (MN)//(BC).

4) Calculer MN.

5) Montrer que les deux triangles ABC et AMN semblables.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 3

1) Réduire l'expression suivante :

$$M = 7\sin 27° + \sin^2 50° - 7\cos 63° + \sin^2 40°.$$

2) Soit x la mesure d'un angle aigu non nul, tel que :

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Calculer $\sin(x)$ et $\tan(x)$.

3) Soit y la mesure d'un angle aigu non nul ;

Montrer que :

$$[\cos y + 3\cos y][\cos y - 3\sin y] + 10\sin^2 y = 1.$$

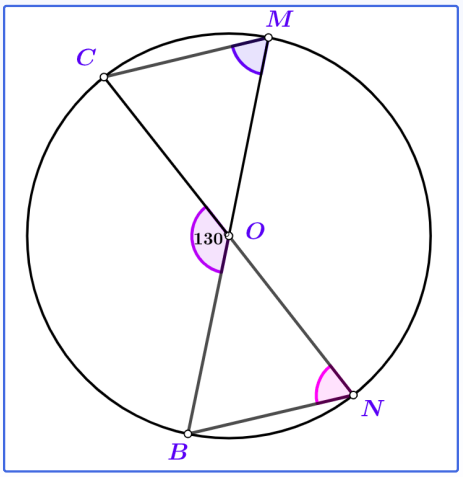
Exercice 4

Dans la figure ci-contre, O est le centre d'un cercle.
et $\widehat{BOC} = 130°$.

1) Calculer $\widehat{BNC}$, justifier votre répense.

2) Calculer $\widehat{BMC}$,justifier votre répense.

3) Montrer que $\widehat{OBN}$ et $\widehat{OCM}$ sont égaux.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 16

Exercice 1

Soit C un nombre réel tel que :

$$C = \frac{10^5 \times 4 \times (10^2)^{-4} \times 3^3}{(2 \times 5)^6}$$

1. Développer et réduire C.
2. Donner l'écriture scientifique de C.

Exercice 2

A,B et x des nombres réels tel que :

$$A = (3x - 1)(3x + 1) \text{ et } B = 16x^2 - 5$$

1. Développer A.
2. Factoriser B.

Exercice 3

Calculer ce qui suit :

- $D = \sqrt{12} \times \sqrt{3}$
- $E = \sqrt{2\sqrt{3} + 3} \times \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \times \sqrt{3}$
- $F = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$

Exercice 4

x et y deux nombres réels tel que :

$$-4 \leq x \leq -3$$

et

$$2 \leq y \leq 3$$

Encadrer :

- $3x + y$
- $x^2 + y^2$
- xy
- $\frac{1 - y}{y - 5}$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

ABC est un triangle tels que :

$$AB = \sqrt{3}cm,\ AC = 2cm,\ BC = 1cm,\ \widehat{BAC} = \alpha^\circ \text{ et } \widehat{ACB} = \beta^\circ$$

La figure n'est pas demandée.

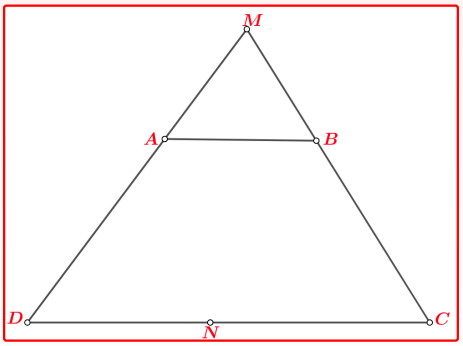
1. Montrer que ABC est un tiangle rectangle.
2. Sachant que : $\cos\alpha^\circ = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$.
   a. Calculer $\sin\beta^\circ$.
   b. Calculer $\sin\alpha^\circ$ en utilisant :
   $$\sin^2\alpha^\circ + \cos^2\alpha^\circ = 1$$
   c. Montrer que : $\tan\alpha^\circ$ et $\tan\beta^\circ$ **(en utilisant le fait que** ABC **est un triangle rectangle).**

Exercice 6

On considère le trapèze ABCD ses bases sont : [AB] et [CD] tels que : CB = $3cm$ et DC = $4cm$.

Soit M le point d'intersection des deux droites (AD) et (BC), avec BM = $2cm$.

et N est un point de [CD], avec CN = $2{,}4cm$. **(Voir la figure).**



1. Calculer AB.
2. Montrer que (BN)//(MD).

Exercice 7

On considére le cercle de centre O et de rayon $3cm$.

A,M et B trois point du cercle, tel que :

$$\widehat{AMB} = 45^\circ$$

N un point de l'arc $\widehat{BM}$ qui ne contient pas le point A.

1. Construire la figure.
2. Calculer $\widehat{ANB}$ et justifier votre répense.
3. Montrer (OB) est une droite orthogonale sur (OA).

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 17

Exercice 1

1) Calculer et réduire ce qui suit :

- $A = \sqrt{\frac{1}{16} + \left(\frac{4}{3}\right)^{-1}}$
- $B = \sqrt{8 \times \sqrt{4} - 2}$

2) Calculer et réduire ce qui suit :

- $C = \sqrt{50} - 2\sqrt{18} + 4\sqrt{2}$
- $D = \sqrt{2\sqrt{5} + 2} \times \sqrt{2\sqrt{5} - 2}$

3) Donner l'écriture scientifique de :

$$E = 4000 \times 10^6 \times 0{,}00015.$$

4) x est un nombre réel tels que :

$$M = (3x - 1)^2 - 3(2x + 1)$$

$$N = 5(x - 4) + (x - 4)^2$$

Exercice 2

1) Comparer les deux nombres $2\sqrt{6}$ et 5.

2) a et b deux nombres réels tels que :

$$4 \leq a \leq 5$$
$$-3 \leq b \leq -2$$

Encadrer :

- $a + b$
- $a - b$
- $ab + 10ab + 10$

3) c un nombre réel positif qui vérifie :

$$0 \leq \sqrt{2c - 2} \leq 2$$

Montrer que :

$$1 \leq c \leq 3$$

Exercice 3

x est la mesure d'un angle aigu tel que : $\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

1) Calculer $\cos x$.

2) Calculer et réduire :

- $m = \sin^2 75° + \sin^2 15° + \cos^2 65° + \cos^2 25°$
- $n = \sin x \times \tan x \times \cos x + \cos^2 x$

Exercice 4

ABC est un triangle tels que :

$$AB = 3cm, AC = 6cm \text{ et } BC = 3\sqrt{5}cm$$

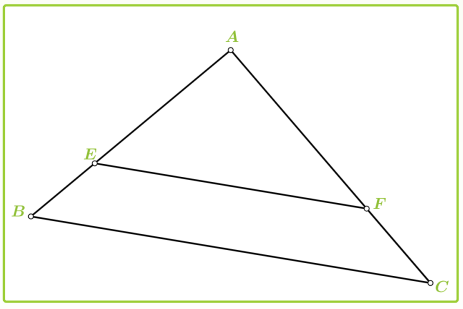
1) Calculer

$$\cos \widehat{ABC} \text{ et } \tan \widehat{ACB}$$

2) Soit E un point du demi-droite [AB] tel que $AE = 2{,}5cm$.

La droite (EF) parallèle à (BC) qui passe par E et coupe (AC) en F.

Calculer AF.

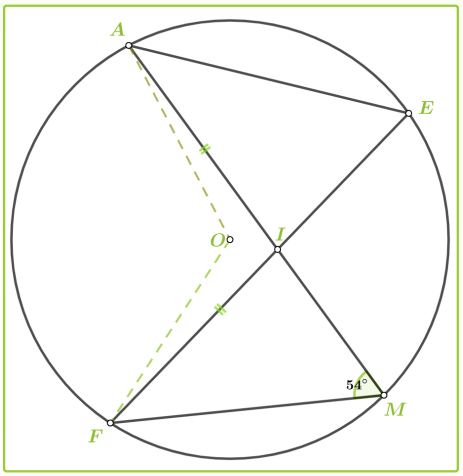


Minicentre privé Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

On considére la figure ci-contre tel que : (C) est un cercle de centre O.**(Voir la figure)**

$$\widehat{AMF} = 54°$$
$$AI = FI$$



1. Calculer la mesure de chacune des angles $\widehat{AEF}$ et $\widehat{AOF}$ (Justifier votre répense).
2. Montrer que les deux triangles AIE et FIM sont égaux.
3. Déduire IM = IE, justifier votre répense.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 18

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{28} + 6\sqrt{63}$
- $B = \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

2) Rendre rationnelle le dénominateur des nombres :

$$C = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ et } D = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$$

3) On pose :

$$E = 3^4 \left(10^6\right)^3 \times 7 \times 10^{-12}$$

Montrer que :

$$E = 567 \times 10^6$$

puis déduire l'écriture scientifique de E.

4) On considére le nombre F tel que :

$$F = (4x + 3)^2 + (3x - 4)^2 - 29.$$

a) Développer et réduire F.

b) Factoriser F.

Exercice 2

1) Comparer les deux nombres $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$, puis déduire une comparaion de :

$$\frac{1}{3\sqrt{2}} \text{ et } \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

2) x et y deux nombres réels tels que :

$$1 < x < 2$$
$$3 < y < 5$$

Encadrer :

- $x + y$
- $x - y$
- $3x + 2$

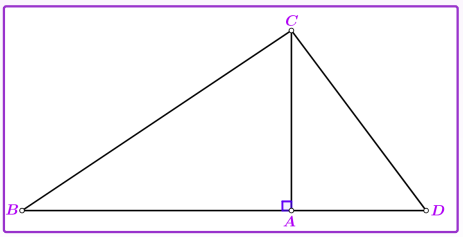
3) z un nombre réel tel que :

$$8 < 2z + 4 < 12$$

trouver un encadrement de z.

Exercice 3

On considére la figure ci-contre tel que :
ABC un triangle rectangle en A, AC = 8 et AB = 16.



1) Montrer que : BC = $8\sqrt{5}$.

2) Calculer

$$\sin \widehat{ABC},\ \cos \widehat{ABC} \text{ et } \tan \widehat{ABC}$$

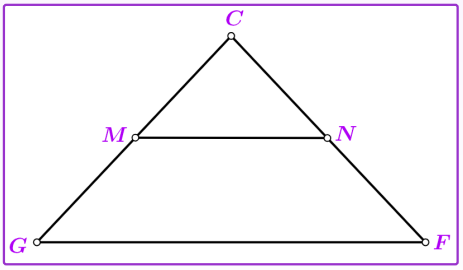
3) Sachant que : DC = $4\sqrt{5}$ et BD = 20.

Montrer que BDC est un triangle rectangle.

Exercice 4

On considére la figure ci-contre tels que :

EF = 9, EM = 2, EN = 3 et EG = 6



1) Calculer

$$\frac{EM}{EG} \text{ et } \frac{EN}{EF}$$

puis déduire que (MN)//(GF).

2) Calculer FG sachant que : MN = 4.

Calculer AF.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

1. x est la mesure d'un angle aigu, tels que :

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Calculer $\sin x$ et $\tan x$.

2. y est la mesure d'un angle aigu, Montrer que :

$$\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 19

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$
- $\sqrt{5\sqrt{16} - 4}$

2) On considère l'écriture suivante :

$$A = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2}$$

Montrer que

$$A = 2\sqrt{2}$$

3) Donner l'écriture scientifique du nombre :

$$B = 2022 \times (10^6)^2 \times 0{,}0001.$$

4) Rendre rationnelle le dénominateur des nombres :

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \text{ et } \frac{3}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$$

5) Développer et réduire :

$$(3 - \sqrt{2})^2$$

puis déduire la valeur de $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

Exercice 2

1) a) Comparer $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$

b) Déduire une comparaison de $5 - 2\sqrt{7}$ et $5 - 3\sqrt{3}$.

2) a et b deux nombres réels tels que :

$$2 \leq a \leq 5$$
$$-4 \leq b \leq -3$$

Encadrer :

- $a + b$
- $a - b$
- $5ab$

3) t un nombre réel tel que :

$$1 \leq 2t - 1 \leq 9$$

Encadrer le nombre t.

Exercice 3

ABC un triangle tels que :

$$AB = 6,\ AC = 12 \text{ et } BC = 9$$

N un point de [AC] tel que :AN = 4.
et M un point de [AB] tel que : (MN)//(BC).

1) Calculer AM puis montrer que : MN = 3 .

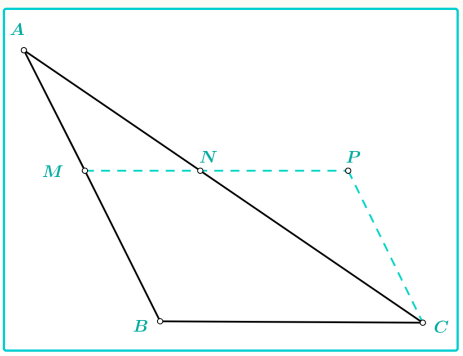
2) Soit P un point du demi-droite [MN) tel que : NP = 6.

a) Vérifier que :

$$\frac{NM}{NP} = \frac{NA}{NC}$$

b) Déduire que : (AM)//(PC).

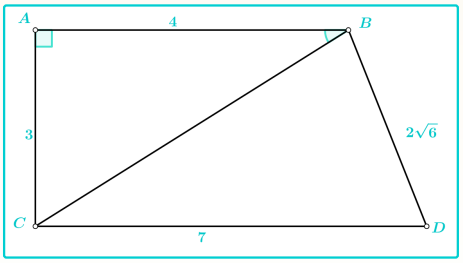
Montrer que BDC est un triangle rectangle.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

On considére la figure ci-contre tel que ABC un triangle rectangle en A.



$$AB = 4,\ AC = 3,\ CD = 7 \text{ et } BD = 2\sqrt{6}$$

1. Montrer que : $BC = 5$.
2. Calculer $\sin \widehat{ABC}$ et $\cos \widehat{ABC}$.
3. Montrer que BCD est un triangle rectangle.

Exercice 5

1. α est la mesure d'un angle aigu tel que :

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

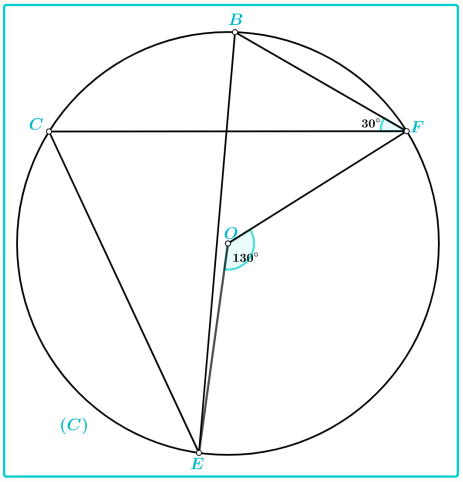
Calculer $\sin \alpha$ et $\tan \alpha$.

2. Montrer que :

$$C = \sin^2 30° + 4\cos^2 40° + \sin^2 60° + 4\cos^2 50°$$

Exercice 6

Dans la figure ci-contre, (C) est un cercle de centre O.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BEC}$.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ECF}$.

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 20

Exercice 1

1) Calculer et réduire :

- A = $\sqrt{36} - \sqrt{25}$
- B = $4\sqrt{2} - \sqrt{18} - \sqrt{32}$
- C = $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1} + \frac{3}{5}$
- D = $(\sqrt{5}+1)^2$

2) Rendre rationnelle le dénominateur des nombres suivantes :

$$\frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1}$$

3) Comparer les deux nombres $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$.

4) Factoriser E.

$$E = (x-3)(x+2) + x^2 - 9$$

5) x et y deux nombres réels tels que :

$$2 \leq x \leq 3$$
$$1 \leq y \leq 2$$

Encadrer :

- $x + y$
- $x - y$
- xy

Exercice 2

ABC est un triangle, tels que :

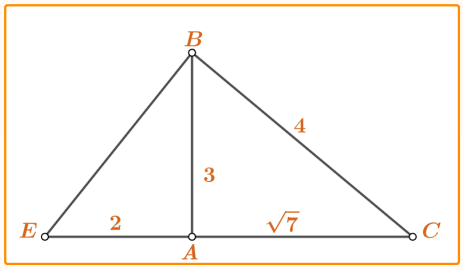
AB = 3, AC = $\sqrt{7}$ et BC = 4

1) a) Montrer que ABC est un triangle rectangle.

b) Calculer les formes trigonométriques de l'angle $\widehat{ACB}$.

2) Soit E un point du demi-droite [CA) tel que : AE = 2.

Calculer BE.



3) Soit α la mesure d'un angle aigu tel que :

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Calculer $\sin\alpha$ puis déduire $\tan\alpha$.

4) Réduire l'expression S.

$$S = \sin^2 30° + \cos 20° - \sin 70° + \sin^2 60°$$

Exercice 3

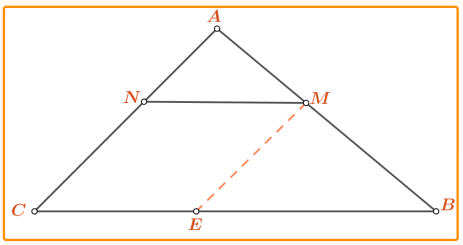
Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle tel que :(NM)//(CB).
et on a :

AB = 8, BC = 10, AC = 4 et AM = 2

1) Calculer AN puis calculer NM.

2) Soit E un point du segment [BC], tel que : BE = 7,5.

Montrer que :(AC)//(ME).



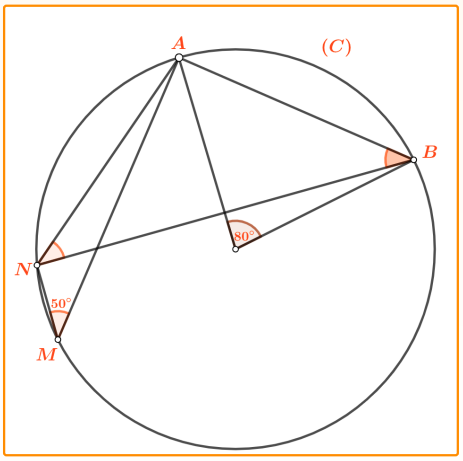
Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

Dans la figure ci-contre, A,B,M et N des points du cercle (C), tels que :

$\widehat{AOB} = 80°$ et $\widehat{AMN} = 50°$

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABN}$.
2. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ANB}$.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 21

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = \sqrt{2} \times \sqrt{8}$
- $B = \sqrt{18} + \sqrt{72} - 2\sqrt{32}$
- $C = \dfrac{5^{-7} \times 2^{-7}}{10^4 \times (10^{-2})^3}$

2) Développer et réduire :

$$(3 + \sqrt{7})^2$$

puis déduire :

$$2\sqrt{16 + 6\sqrt{7}} - \sqrt{28}$$

3) Rendre rationnelle le dénominateur des nombres :

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \text{ et } \frac{1}{5 + 2\sqrt{6}}$$

Exercice 2

On considère les deux expressions :

$$A = 2x^2 + 7x - 4 \text{ et } B = (2x + 5)^2 - 36$$

1) Factoriser B.

2) Montrer que :

$$B - 2A = 3(2x - 1)$$

3) Déduire une factorisation du nombre A.

Exercice 3

ABC un triangle tels que :

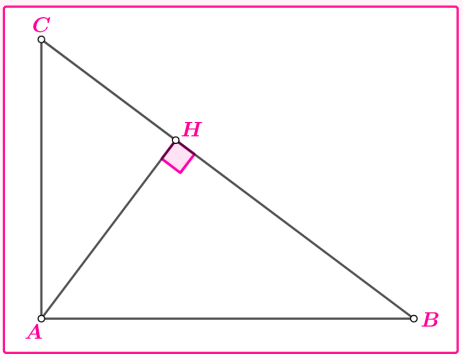
$$AB = 4, AC = 2 \text{ et } BC = 2\sqrt{5}$$

H est la projection orthogonale du point A sur la droite (BC).

1) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.

2) Montrer que $AH = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

3) Calculer BH.



Exercice 4

1) α est la mesure d'un angle aigu tel que :

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Calculer $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$.

2) Calculer

$$X = \cos 14° + \sin^2 28° + \sin^2 62° - \sin 76° - 2\tan 35° \times \tan 55°.$$

Minicentre privé Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 5

ABC est un triangle tels que :

$$AB = 4{,}5cm,\ AC = 7{,}5cm \text{ et } BC = 6cm.$$

Soit E un point de [AB] tel que :$BE = 1{,}5cm$.
La droite (EF) parallèle à (AC) et qui passe par E et coupe (BC) en F.

Soit M un point de [AC] tel que : $CM = 5cm$.

1. Construire la figure.(**respectez les mesures données**)
2. Montrer que : $BF = 2cm$ et calculer EF.
3. Montrer que (FM)//(AB).

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 22

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = \sqrt{7 + \sqrt{4}}$
- $B = 5\sqrt{8} - 2\sqrt{18}$
- $C = \dfrac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}}$
- $D = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1}$

2) Factoriser :

$$(2x - 5)^2 - 16$$

3) Donner l'écriture scientifique de :

$$275{,}3 \times \left(10^2\right)^{-3}$$

Exercice 2

Dans la figure ci-contre ;

$KA = 2cm$, $AT = 8cm$, $ET = 4\sqrt{5}cm$ et $EA = 4cm$

Les deux droites (EA) et (KT) sont orthogonaux.

1) Montrer que : $EK = 2\sqrt{5}cm$.

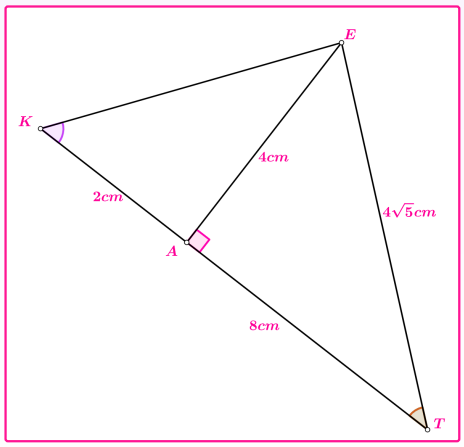
2) Montrer que : EKT est un triangle rectangle.

3) Calculer :

$$\sin \widehat{ETA},\ \cos \widehat{ETA} \text{ et } \tan \widehat{AKE}$$

4) Calculer et réduire :

$$\cos 40° + 2\sin^2 36° - \sin 50° + 2\sin^2 54°$$



Exercice 3

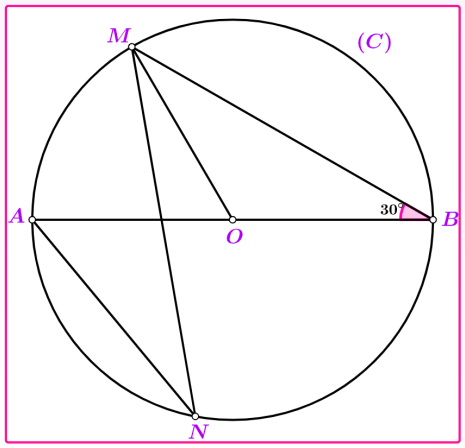
(C) est un cercle de centre O et de diamètre [AB].

On a : $\widehat{ABM} = 30°$.

1) Calculer $\widehat{ANM}$.

2) Calculer $\widehat{AOM}$.

3) Donner la nature du triangle ABM.



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

1) Comparer $2\sqrt{3}$ et $\sqrt{11}$.

2) x et y deux nombres réels tels que :

$$2 \leq x \leq 4$$
$$-5 \leq y \leq -3$$

Encadrer

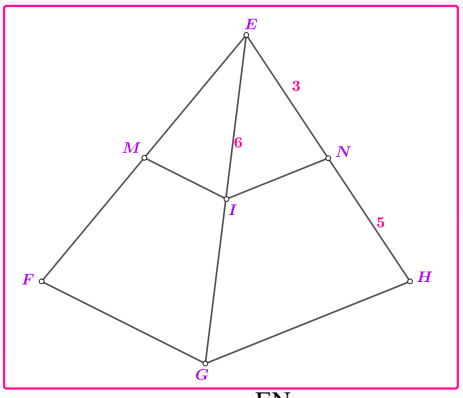
- $x + y$
- $x - y$
- xy

Dans la figure ci-contre ;

$EN = 3$, $NH = 5$ et $EI = 6$

et on a :

- (IM)//(FG)
- (IN)//(GH)



2) a) Calculer $\frac{EN}{EH}$.

b) Calculer EG.

c) Calculer $\frac{EM}{EF}$.

d) Montrer que (MN)//(FH).

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 23

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = \sqrt{7 + \sqrt{4}}$
- $B = \sqrt{45} + \sqrt{5} + \sqrt{20}$
- $C = \sqrt{3} \times \sqrt{\frac{14}{6}} \times \sqrt{7}$
- $D = \frac{\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{3}}$

2) Réduire puis déduire l'écriture scientifique de :

$K = 467 \times 2^7 \times 5^4 \times 5^3$

Exercice 2

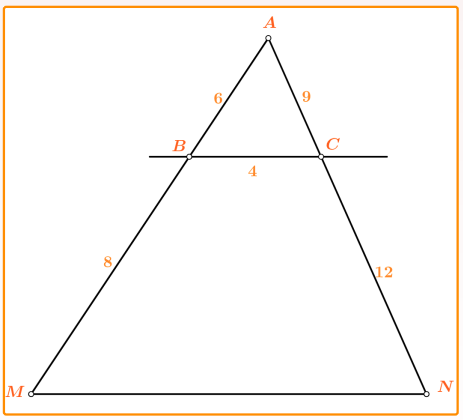
Dans la figure ci-contre ;
ABC est un triangle tels que :

$AB = 6, AC = 9$ et $BC = 4$

M un point de [AB] tels que $BM = 8$ et N un point de [AC] tel que $CN = 12$.

1) Montrer que :(BC)//(MN).

2) La droite (AE) parallèle à (CM) et qui passe par A coupe (BC) en E, compléter la figure puis calculer BE.



Exercice 3

ABC un triangle rectangle en A tels que :

$AB = 4$ et $AC = 2\sqrt{5}$

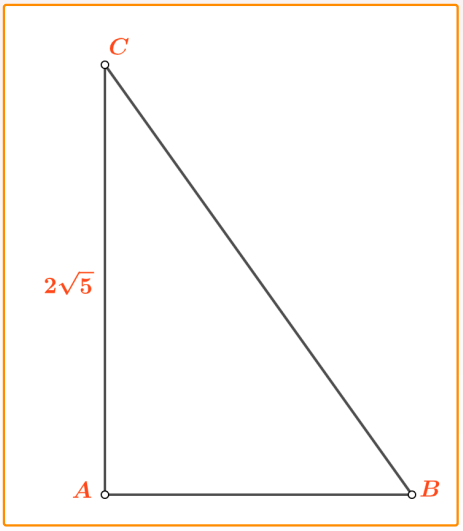
1) Montrer que $BC = 6$.

2) Calculer $\cos \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ACB}$.

3) Soit E le symétrie de A par rapport à B et F sa projection orthogonale sur la droite (BC), compléter la figure puis calculer BF.

4) Calculer P :

$P = \sin^2 30° + \sin^2 40° + \sin^2 50°$



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Exercice 4

1) Comparer : $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ et $\sqrt{5}$.

2) x et y deux nombres réels tels que :

$$2 \leq x \leq 4$$
$$-5 \leq y \leq -3$$

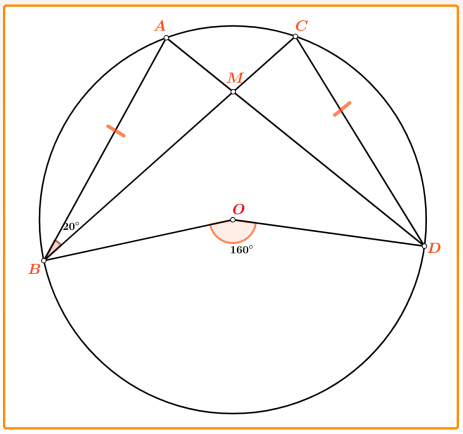
Encadrer :

- $x+y$
- $x-y$
- $\frac{xy}{2}$

Exercice 5

Dans la figure ci-contre A, B, C et D trois points du cercle (C) de centre O.
Avec :AB = CD, $\widehat{BOD} = 160°$ et $\widehat{ABC} = 20°$.
[AD] et [AD] se coupent en M.

1) Calculer ADC.
2) Calculer BAD.
3) Calculer AMC.
4) Montrer que les deux triangles AMB et CMD sont égaux.



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Examen normalisé N° 24

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$
- $B = \sqrt{\sqrt{5}-1} \times \sqrt{\sqrt{5}+1}$
- $C = \dfrac{1}{3-\sqrt{2}} - \dfrac{2}{\sqrt{2}}$
- $D = \left[3 - \left(\sqrt{\dfrac{77}{19}}\right)^{0}\right]^{-1}$

2) Comparer $2\sqrt{5}$ et $\sqrt{19}$ puis déduire une comparaison de :

$$\frac{1}{\sqrt{19}} + 3 \text{ et } -\frac{1}{2\sqrt{5}} + 3$$

3) x et y deux nombres réels tels que :

$$1 \leq x \leq 2$$
$$(-3) \leq y \leq (-2)$$

Encadrer :

- $x + y$
- $x - y$
- xy

4) x un nombre réel, résoudre l'équation :

$$3x - 3 = x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

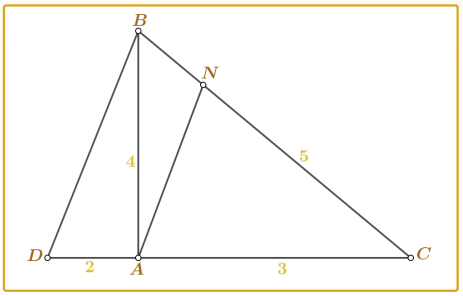
5) α est la mesure d'un angle aigu non nul.Calculer ce qui suit :

$$E = (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 2\cos\alpha \times \sin\alpha$$

Exercice 2

Dans la figure ci-contre ;

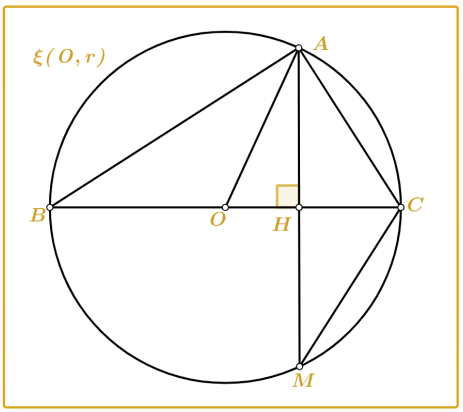
$$AB = 4, AC = 3, BC = 5, AD = 2 \text{ et } CN = 3$$



1) Montrer que ABC est un triangle rectangle.
2) Calculer $\sin \widehat{ABC}$.
3) Montrer que : $BD = 2\sqrt{5}$.
4) Montrer que : (BD)//(AN).
5) Calculer la distance : AN.

Exercice 3

On considére la figure suivante :



1) Montrer les deux triangles AOH et MOH sont égaux.
2) Montrer que les deux triangles :HMC et ABC sont semblable.
3) Montrer que :$AB \times HC = AH \times AC$.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Examen normalisé N° 25

Exercice 1

1) Calculer ce qui suit :

- $A = \sqrt{\frac{1}{25} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$
- $A = \sqrt{\frac{1}{25} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$
- $B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} - \frac{7}{4\sqrt{3}}$

2) Donner l'écriture scientifique de :

$$E = 0{,}04 \times 10^{-6} \times 12 \times \left(10^{2}\right)^{-4}.$$

3) Développer J puis factoriser F :

$$F = (x-2)^2 - x^2 + 4$$

$$J = (2+\sqrt{3})^2 - (1-\sqrt{5})^2$$

4) Comparer les deux nombres :

$$-2\sqrt{7} \text{ et } -5\sqrt{3}$$

5) a un nombre réel positif, montrer que :

$$(a+1)^2 \geq 1 + 2a$$

6) x et y deux nombres réels tels que :

$$1 \leq x \leq 3$$
$$-6 \leq y \leq -2$$

a) Encadrer

- $x + y$
- $2x - y$
- xy

b) Montrer que :

$$0 \leq \frac{x^2 + y^2 - 5}{20} \leq 2$$

Exercice 2

1) α est un angle aigu tel que :

$$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Calculer $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$.

2) Montrer que :

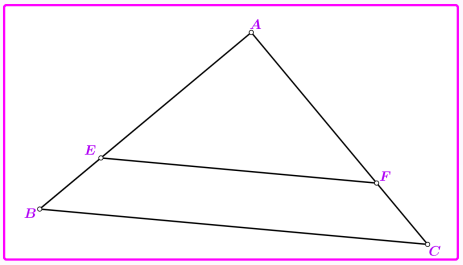
$$\sin\alpha \times \cos\alpha \times \frac{1}{\tan\alpha} + \sin^2\alpha = 1$$

3) Calculer :

$$G = \cos 14° + \sin^2 28° + \sin^2 62° - \sin 76° - 2\tan 35° \times \tan 55°$$

4) ABC un triangle tels que :

$$AB = 3cm, AC = 6cm, BC = 3\sqrt{5}cm$$



4) a) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.

b) Calculer $\cos\widehat{ABC}$ et $\tan\widehat{ACB}$.

c) Soit E un point de [AB] tel que : AE = 2,5.

- La droite (EF) parallèle à (BC) et qui passe par E coupe (AC) en F.

Calculer AF.

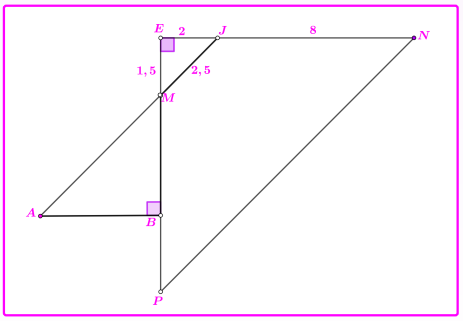
Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

Exercice 3

Dans la figure suivante ; les deux triangles EJM et AMB sont rectangle respectivement en E et B tels que :

EM = **1,5**,BM = **3**,EJ = **2**,MJ = **2,5**,JN = **8**

1. Calculer AB et AM**.**
2. Montrer que :(MJ)//(NP)**.**

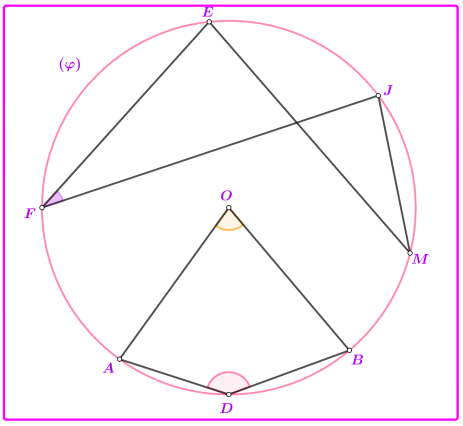


Exercice 3

Dans la figure ci-contre ;

- (φ) est un cercle de centre O**.**
- les points A**,**B**,**D**,**E**,**J et M appartient au cercle (φ)**.**
- $\widehat{AOB}$ = **76** et $\widehat{EFJ}$ = **55°.**

1. Calculer l'angle EMJ**.(Justifier votre répense)**
2. Montrer que :$\widehat{ADB}$ = **142°.**



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Examens normalisés

1 Examen normalisé N° 1

01

1 Calculer $\dfrac{\sqrt{8}\times\sqrt{9}}{\sqrt{2}}$ et $2\sqrt{75}-5\sqrt{12}$

2 Donner l'écriture scientifique du nombre : $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-2}\times\dfrac{\left(10^{-3}\right)\times 10^{27}}{10^{-1}}$.

3 Soit x un réel. Factoriser le nombre $16x^2-5$ (identité remarquable).

Correction page 228

02

1 Vérifier que : $(3+\sqrt{3})^2=6\sqrt{3}+12$ puis en déduire que $\sqrt{6\sqrt{3}+12}=3+\sqrt{3}$.

2 Rendre rationnelle le dénominateur du nombre $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$.

3 Déduire que :
$\sqrt{6\sqrt{3}+12}\times\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=6$.

Correction page 228

03

Soient x et y deux réels tel que : $1<x<6$ et $-2<y<1$.

1 Montrer que :
$-1<x+y<5$ et $-12<xy<-1$.

2 Déduire la comparaison de $x+y$ et xy.

3 Encadrer le nombre $2x-y$.

Correction page 228

04

Sachant que $\cos(60°)=\dfrac{1}{2}$.

1 Montrer que : $\sin(60°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan(60°)=\sqrt{3}$

2 Calculer sans utiliser le théorème de Pythagore la hauteur de triangle équilatéral ABC : $AB=6$ cm.

Correction page 229

05

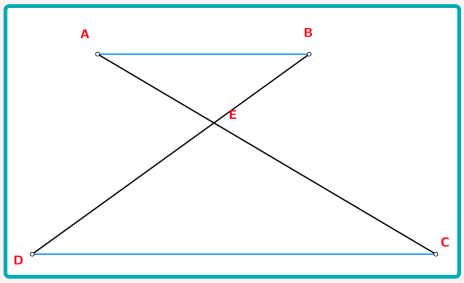
On considère la figure ci-contre $(AB)//(CD)$, $AB=5$, $CD=15$, $EB=3$ et $EC=12$.

1 Montrer que $AE=4$ et $DE=9$.

2 Montrer que AEB est un triangle rectangle.

3 Calculer BC.

4 Soit M un point de segment $[DC]$ tel que $DM=11,25$.
Montrer que $(EM)//(BC)$



Correction page 230

06

On considère la figure ci-dessous ;
Dans un cercle de centre O tel que :

$$\widehat{AOB}=130°$$

et

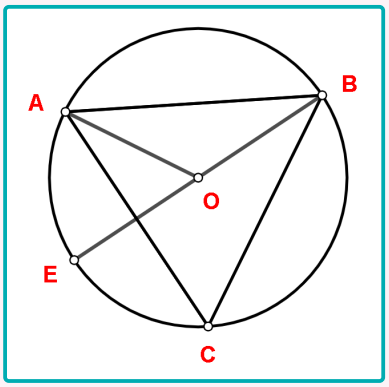
$$\widehat{BEC}=50°$$

Correction page 230

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

1 Calculer la mesure $\widehat{BCA}$ et $\widehat{BAC}$ (justifier).

2 Déduire que ABC est un triangle isocèle.



Correction page 230

2 Examen normalisé N° 2

07

1 Calculer ce qui suit :

$A = \sqrt{5^2 - 3\sqrt{9}}$

$B = \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} + \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + 2^{-3}\right]^{-1}$

$C = 7\sqrt{8} - 4\sqrt{18} + \sqrt{50}$

2 Montrer que : $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}} = 1.$

Correction page 231

08

1 Comparer : $5\sqrt{2}$ et $3\sqrt{6}$ déduire la comparaison de $5\sqrt{2}-4$ et $3\sqrt{6}-4$.

2 Montrer que :
$104 - 60\sqrt{3} = (5\sqrt{2} - 3\sqrt{6})^2$
et déduire que : $\sqrt{104 - 60\sqrt{3}}$.

3 a et b deux nombres réels tel que :
$10 \leq a \leq 11$ et $-5 \leq a \leq -3$.
Encadrer : $a+b$ et $2a-b$ et $\frac{a-1}{2}$.

Correction page 231

09

1 Soit x la mesure d'un angle aigu, tel que : $\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

➤ Calculer : $\sin(x)$ et $\tan(x)$

2 Soit x la mesure de d'un angle aigu.

➤ Montrer que :
$\cos^2(x) + \cos^2(x) \times \tan^2(x) = 1$

3 Simplifier :
$A = 4\cos^2(32°) + \sin^2(13°) + 4\cos^2(58°) - \cos^2(77°)$

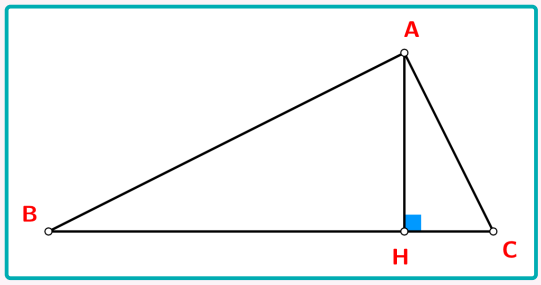
Correction page 232

10

ABC est un triangle et $[AH)$ son hauteur, tels que :
$AB = 7{,}5$; $BH = 4{,}5$ et $HC = 8$.

1 Calculer : AC et AH.

2 Montrer que le triangle ABC est rectangle.



Correction page 232

11

ABC est un triangle, tel que $AB = 8$.
M est un point de $[AB]$ tel que $AM = 5$
$(EF)//(MC)$; $AF = 2{,}5$ et $FC = 1{,}5$.

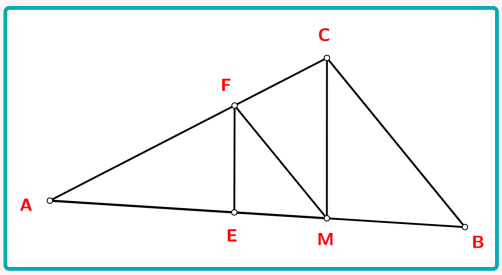
1 Calculer AE.

2 Montrer que : $(MF)//(BC)$

3 Montrer que : $AM^2 = AE \times AB$

Correction page 233

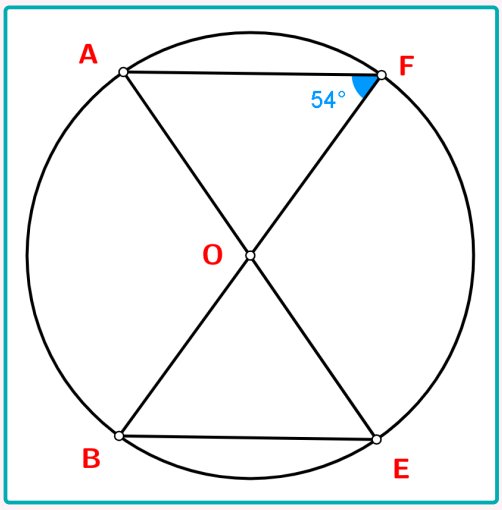
Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma



Correction page 233

12 (C) est un cercle de centre O et $\widehat{AFB} = 54°$.

➤ Calculer $\widehat{AEB}$ et $\widehat{AOB}$.



Correction page 234

3 Examen normalisé N^{o} 3

13

1 Calculer :

$a = 5^{-2} - \dfrac{26}{25}$ et $b = \left[3^{-1} \times \sqrt{6}^{2}\right]^{3}$

2 Simplifier et calculer :

➤ $d = 3\sqrt{27} - 4\sqrt{12} + \sqrt{48}$

➤ $f = \sqrt{\sqrt{5} - 2} \times \sqrt{\sqrt{5} + 2}$

➤ $e = \left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2} + 1\right)$

➤ $g = 1 - \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{20} - \sqrt{5}}$

Correction page 234

14

1 Comparer les nombres $\sqrt{1 + \dfrac{1}{8}}$ et $3\sqrt{\dfrac{1}{8}}$ puis $-2\sqrt{7}$ et $-4\sqrt{2}$

Déduire la comparaison des nombres : $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$ et $\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$

2 x et y deux nombres réels tels que : $\dfrac{1}{2} \leq y \leq 1$ et $-5 \leqslant x \leqslant -3$

Encadrer

➤ xy

➤ $y - x$

➤ $2y + x$

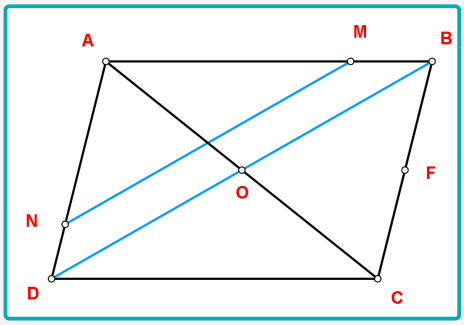
Correction page 235

15 $ABCD$ est un parallélogramme de centre O.

Sachant que : $AB = 8$, M est un point de $[AB]$ et N est un point de $[AD]$ tel que $\dfrac{AN}{AD} = \dfrac{3}{4}$ et (MN) parallèle à (BD).

1 Calculer AM et MN sachant que : $BD = 9,6$.

2 F est le milieu de $[BC]$, montrer que : $(QF)//(DC)$ puis calculer OF.



Correction page 235

16 b est la mesure d'un angle aigu tel que : $2\cos(b) = \sin(b)$

1 Calculer : $\tan(b)$, $\sin(b)$ et $\cos(b)$.

2 Calculer :

$M = 1 + \dfrac{3}{\sqrt{3}}\sin(35°) - \sqrt{3}\cos(55°)$.

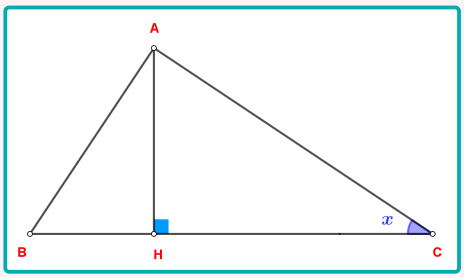
Correction page 237

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

3 ABC est un triangle et H est le projeté orthogonal de A sur (BC) tel que :
$AH = 4, BH = 2$ et $\tan(x) = \frac{1}{2}$.

a ➤ Montrer que :
$AB = 2\sqrt{5}, AC = 4\sqrt{5}$ et $CH = 8$

b ➤ Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.



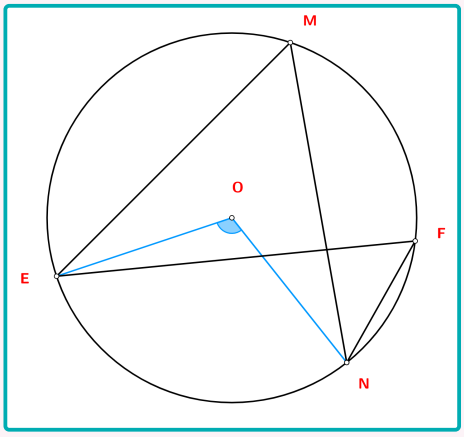
Correction page 237

17

➤ C est un cercle de centre O et $\widehat{EON} = 110°$

1 Calculer le mesure des angles $\widehat{EMN}$ et $\widehat{EFN}$.

2 Comparer les angles $\widehat{MEF}$ et $\widehat{MNF}$.



Correction page 237

4 Examen normalisé N° 4

18

1 Calculer
➤ $A = \sqrt{7^2 - 24}$
➤ $B = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3}$
➤ $C = \sqrt{\frac{14}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{7}}$.

2 Simplifier puis calculer :
➤ $D = \sqrt{75} - 5\sqrt{12} + \sqrt{3}$.
➤ $E = \frac{6}{3 - \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}}$.

3 Donner l'écriture scientifique du nombre : $a = 17\times10^{-4}\times4\times50000\times10^{-6}$.

Correction page 238

19

1 Comparer les nombres :
$3\sqrt{7}$ et $4\sqrt{5}$.
Déduire la comparaison de :
$5 - 3\sqrt{7}$ et $3 - 4\sqrt{5}$.

2 a et b deux nombres réels tels que : $85 \leq a \leq 86$ et $-51 \leq b + 3 \leq 50$
Encadrer :
➤ b
➤ $a + b$
➤ $a - 2b$.

Correction page 238

20

1 x est la mesure d'un angle aigu,
C'est à dire $(0° \leqslant x \leqslant 90°)$.
tel que $\sin(x) = \frac{1}{3}$.
Calculer ➤ $\cos(x)$ ➤ $\tan(x)$

2 Calculer :
$M = \sin 25° + \cos^2 42° - \cos 65° + \cos^2 -48° - \frac{1}{2}$.

Correction page 239

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

2 DEF est un triangle rectangle en D tel que :

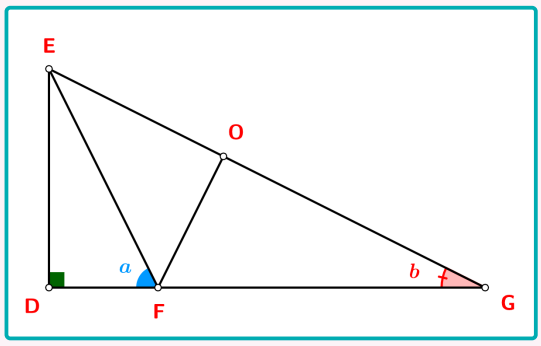
- $DE = 4$
- $\tan(a) = 2$.

(voir la figure).

a. Montrer que :
- $DF = 2$
- $EF = 2\sqrt{5}$

b. Sachant que : $a + b = 90°$.
calculer $\tan(b)$ puis montrer que :
$DG = 8$ et $EG = 4\sqrt{5}$.

c. O est un point de $[EG]$ tel que :
$OG = 3\sqrt{3}$ et $OF = 3$.
(voir la figure).
Montrer que le triangle OFG est rectangle en O.



Correction page 239

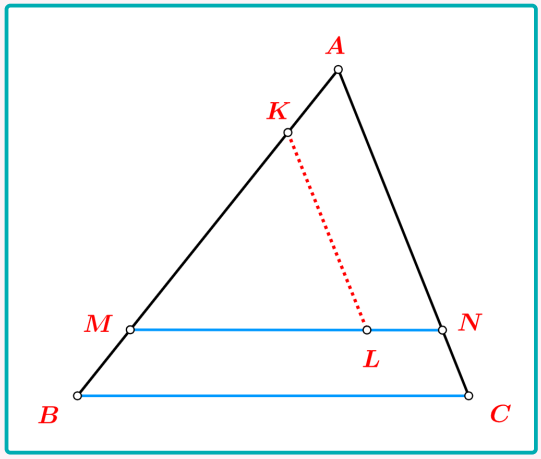
21 On considère la figure suivante tel que :

- $(BC)//(MN)$
- $BC = 12$
- $AB = 9$
- $AM = 6$
- $AN = 5$.

1 Montrer que :$MN = 8$ et $AC = 7,5$.

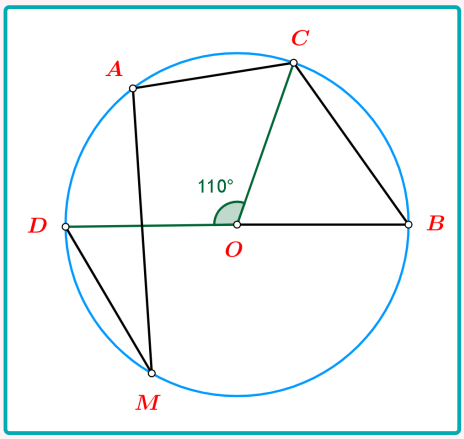
2 Sachant que :$MK = 4,5$ et $ML = 6$.
montrer que : $(AN)//(KL)$.

Correction page 240



Correction page 240

22



(C) est un cercle de centre O.
A, B, C, D et M sont des points de (C) tel que : $\widehat{COD} = 110°$.

1 Calculer la mesure des angles : $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CBD}$ et $\widehat{OCB}$

2 Comparer : $\widehat{ABD}$ et $\widehat{AMD}$.

Correction page 241

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

5 Examen normalisé N° 5

23

1 Calculer ce qui suit :

- $A = \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2 - 3^{-2}$
- $B = \sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 6\sqrt{5}$
- $C = \sqrt{2\sqrt{7} - \sqrt{3}} \times \sqrt{2\sqrt{7} + \sqrt{3}}$.

2 Calculer : $\left(2\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^2$.

Déduire la simplification de : $\sqrt{17 + 4\sqrt{15}} - \sqrt{5}$

3 Rendre rationnel le dénominateur des fractions suivantes :

- $E = \frac{7}{2\sqrt{5}}$.
- $F = \frac{3}{\sqrt{17} - \sqrt{14}}$.

4 Donner l'écriture scientifique de $M = 0,00342 \times \left(10^5\right)^{-3}$.

Correction page 241

24

1 Comparer les nombres :
$3\sqrt{7}$ et $5\sqrt{2}$.
Puis $\frac{1}{4 - 5\sqrt{2}}$ et $\frac{1}{4 - 3\sqrt{7}}$.

2 x et y deux nombres réels tel que :
$5 \leq x \leq 7$ et $-10 \leq y \leq -7$
Encadrer les nombres suivants :

- $x + y$
- $x - y$
- $x(y + 12)$
- y^2

3 z un nombre réel tel que
$-1 \leq \frac{3 - 2z}{3} \leq 3$,
trouver l'encadrement du nombre z.

Correction page 242

25

1 Soit x la mesure d'un angle aigu, tel que :
$\cos x = \frac{4}{5}$.
Calculer $\sin x$ puis $\tan x$.

2 Simplifier ce qui suit :
$K = 11\sin^2 51 - 7\cos 40 + 10\tan 32 \times \tan 58 + 11\sin^2 39 + 7\sin 50$.

3 Soit α la mesure d'un angle aigu, simplifier :
$L = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha$.

Correction page 243

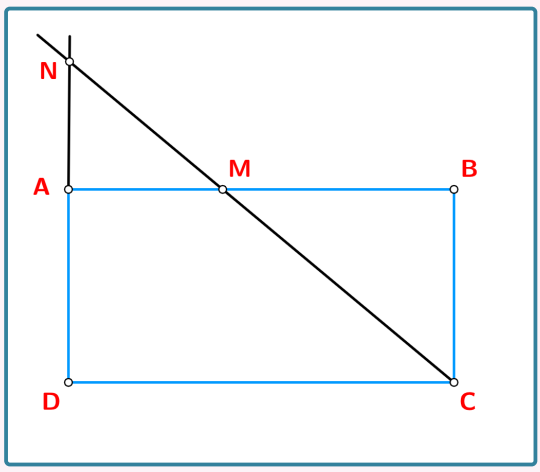
26

Soit $ABCD$ un rectangle tels que : $AB = 5$ et $BC = 2\sqrt{5}$.
M est un point de $[AB]$ tel que $MB = 4$.

1 Montrer que : $MC = 6$.

2 Calculer : $\tan \widehat{BMC}$; $\cos \widehat{BMC}$; $\sin \widehat{BMC}$.

3 La droit (MC) coupe (AD) en N.
Montrer que $\cos \widehat{AMN} = \cos \widehat{BMC}$ puis calculer MN.



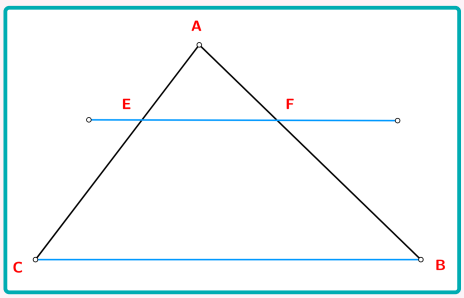
Correction page 244

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

27 ABC est un triangle tel que : $AB = 8$ et $AC = 10$ et $BC = 7$
E est un point de $[AC]$ tel que $AE = 4$.

1 Le parallèle de (BC) passant par E coupe $[AB]$ de F. Calculer AF et EF.

2 M est un point de $[AC]$ tel que $AM = 8$.
N est un point de $[BC]$ tel que $BN = 5,6$.
Montrer que $(MN)//(AB)$



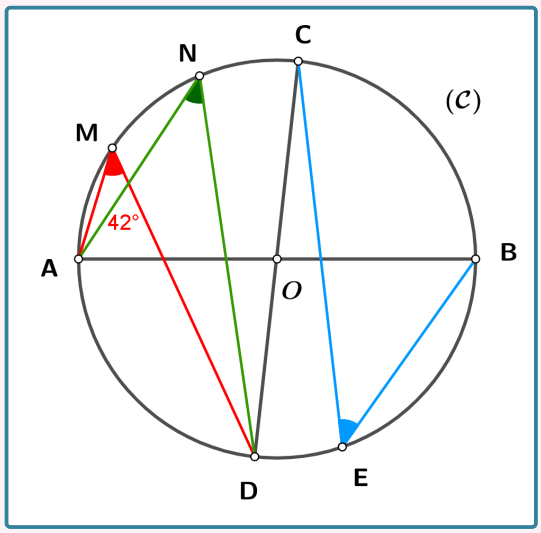
Correction page 244

28 (C) est un cercle de centre O.

$[AB]$ et $[CD]$ deux diamètres du cercle (C) .

$\widehat{AMD} = 42°$.
Trouver la mesure des angles :

- $\widehat{AOD}$
- $\widehat{AND}$
- $\widehat{CEB}$



Correction page 245

6 Examen normalisé N^{O} 6

29

1 Calculer puis simplifier les expression suivantes :

- $A = (\sqrt{2})^2 + \sqrt{9}$
- $B = \left(3^{-1} + \frac{2}{3}\right)^{2022}$
- $C = \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{3}}$
- $D = \sqrt{8} + \sqrt{18}$

2 Vérifier que : $\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{10} = 7$

3 Rendre rationnel le dénominateur de la fraction suivante : $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

4 Donner l'écriture scientifique du nombre :

$$0,000892$$

.

Correction page 245

30

1 a. Comparer : $3\sqrt{2}$ et $\sqrt{19}$.

b. Déduire une comparaison des deux nombres :

$$\sqrt{5 - 3\sqrt{2}} \text{ et } \sqrt{5 - \sqrt{19}}$$

c. Simplifier :

$$\sqrt{\left(3\sqrt{2} - \sqrt{19}\right)^2} - \sqrt{19}$$

2 a et b deux nombres réels tel que :

$$2 \leq a \leq 3$$
$$-5 \leq b \leq -3$$

Encadrer :
- $2a - b$
- ab
- $a^2 + b^2$

3 x est un nombre réel tel que : $x > 3$
Comparer :

$$\frac{4}{x+1} \text{ et } 1$$

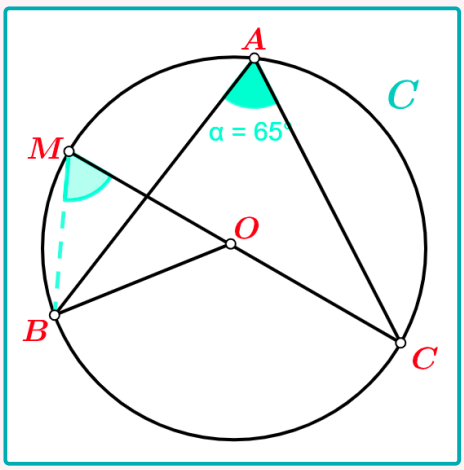
Correction page 246

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

31 A, B et C trois points du cercle (C) du centre O tel que :

$$\widehat{BAC} = 65°$$

M est le point diagonalement opposé au point C.



1 Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BMC}$, justifier votre répense.

2 Montrer que :

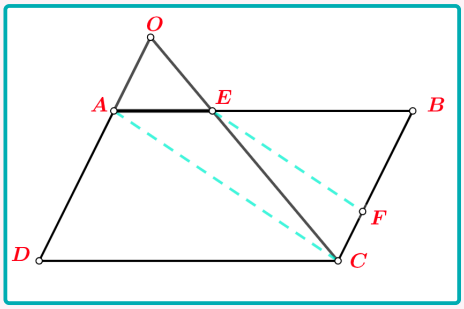
$$\widehat{BOC} = 130°$$

Correction page 246

32 $ABCD$ es un parallélogramme tels que :

$$AD = 3 \text{ et } CD = 4$$

et O est un point de $[DA)$ tel que : $OA = 1$ **(voir la figure).**



La droite (OC) coupe la droite (AB) au point E.

Correction page 246

1 Montrer que : $AE = \frac{4}{3}$.

2 F est un point de $[BC]$ tel que : $CF = 1$.
Montrer que : $(EF)//(AC)$.

Correction page 246

33

1 α est la mesure d'une angle aigu tel que :

$$\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$$

Calculer : $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$.

2 Simplifier l'expression suivante :

$$E = \sin^2 37° + 2\sin^2 45° + \sin^2 53°.$$

3 x est la mesure d'une angle aigu non nulle ;
Montrer que :

$$\tan(x) + \frac{1}{\tan(x)} = \frac{1}{\cos(x).\sin(x)}$$

Correction page 247

34 ABC est un triangle tel que :$AB = 2$, $AC = 3$ et $BC = \sqrt{5}$.

1 Montrer que ABC est un triangle rectangle en B puis construire la figure.

2 Calculer les formes trigonométriques de l'angle $\widehat{ACB}$.
❖ M est le milieu du segment $[AB]$ et H est la projection orthogonale du point M sur (AC).

3 a. Montrer que : $MH = \frac{\sqrt{5}}{3}$

b. Calculer AH.

Correction page 248

35 a et b deux nombres réels positifs tel que : $a^2 - b^2 = 1$.
Montrer que :

$$\sqrt{\frac{a+b}{2}} + \sqrt{\frac{a-b}{2}} = \sqrt{a+1}$$

Correction page 248

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Correction

01

1 • On a :

$$\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}}{\sqrt{2}} = 2\times 3 = 6.$$

• On a :

$$\begin{aligned} 2\sqrt{75}-5\sqrt{12} &= 2\sqrt{3\times 25}-5\sqrt{3\times 4}\\ &= 2\sqrt{3\times 5^2}-5\sqrt{3\times 2^2}\\ &= 2\times 5\times\sqrt{3}-5\times 2\times\sqrt{3}\\ &= 10\times\sqrt{3}-10\times\sqrt{3}\\ &= 0. \end{aligned}$$

2 On a :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{9}\right)^{-2}\times\frac{10^{-3}\times 10^{27}}{10^{-1}} &= 9^2\times 10^{27-3+1}\\ &= 81\times 10^{25}\\ &= 8.1\times 10\times 10^{25}\\ &= 8.1\times 10^{26}. \end{aligned}$$

3 Soit x un réel.

On a :

$$\begin{aligned} 16x^2-5 &= (4x)^2-(\sqrt{5})^2\\ &= (4x-\sqrt{5})(4x+\sqrt{5}). \end{aligned}$$

02

1 On a :

$$\begin{aligned} (3+\sqrt{3})^2 &= 3^2+2\times 3\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\\ &= 9+6\sqrt{3}+3\\ &= 12+6\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Comme : $(3+\sqrt{3})^2 = 12+6\sqrt{3}$.

Alors :

$$\begin{aligned} \sqrt{12+6\sqrt{3}} &= \sqrt{(3+\sqrt{3})^2}\\ &= 3+\sqrt{3}. \end{aligned}$$

2 On a :

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} &= \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1}\\ &= \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2}\\ &= \sqrt{3}(\sqrt{3}-1)\\ &= 3-\sqrt{3}. \end{aligned}$$

02 (suite)

3 Comme

$$\begin{cases} \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = 3-\sqrt{3} \\ et \\ \sqrt{6\sqrt{3}+12} = 3+\sqrt{3} \end{cases}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \sqrt{6\sqrt{3}+12}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} &= (3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})\\ &= 9-(\sqrt{3})^2\\ &= 9-3\\ &= 6. \end{aligned}$$

03

1 Soient x et y deux réels tel que :

$$\begin{cases} 1 < x < 6 \\ et \\ -2 < y < -1 \end{cases}$$

On a :

$$1-2 < x+y < -1+6$$

Donc :

$$-1 < x+y < 5$$

et

$$-2\times 6 < xy < -1\times 1$$

C'est à dire :

$$-12 < xy < -1$$

2 On a

$$\begin{cases} xy < -1 \\ et \\ -1 < x+y \end{cases}$$

Par transitivité :

$$xy < x+y$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

03 (suite)

3 On a :

$$\begin{cases} 1 < x < 6 \\ et \\ -2 < y < -1 \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} 2 < 2x < 12 \\ et \\ 1 < -y < 2 \end{cases}$$

Ainsi :

$$3 < 2x - y < 14$$

04

1 On sait bien que :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

Pour tout réel x. En particulier :

$$\cos^2(60°) + \sin^2(60°) = 1$$

Donc :

$$\sin^2(60°) = 1 - \cos^2(60°)$$

Or

$$\cos(60°) = \frac{1}{2}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \sin^2(60°) &= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 1 - \frac{1}{4} \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \sin(60°) &= \sqrt{\frac{3}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

•On sait bien que :

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

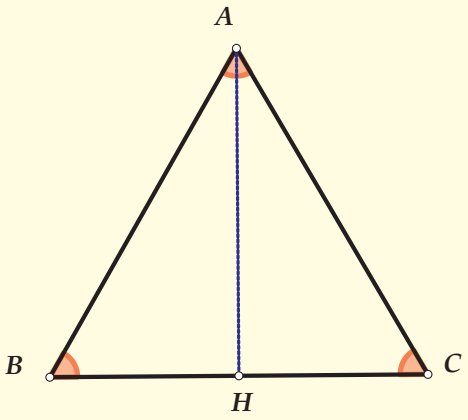
Pour tout réel x. En particulier :

$$\begin{aligned} \tan(60°) &= \frac{\sin(60°)}{\cos(60°)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{3}. \end{aligned}$$

04 (suite)

2 ABC est un triangle équilatérale, donc :

$$\begin{cases} AB = AC = BC. \\ et \\ \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°. \end{cases}$$



Ainsi :

$$\sin(60°) = \frac{AH}{AB}$$

Donc :

$$\begin{aligned} AH &= \sin(60°) \times AB \\ &= 6\sqrt{3}cm. \end{aligned}$$

05

1 • On a (AC) et (BD) deux droites sécantes en E.

• On a $A, C \in (AC)$ distincts de E.

• On a $B, D \in (BD)$ distincts de E.

• $(AB)//(AC)$

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AE}{EC} = \frac{EB}{DE} = \frac{AB}{CD}$$

D'une part,

On a :

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{CD}$$

Donc :

$$\begin{aligned} AE &= \frac{AB}{CD} \times EC \\ &= \frac{5 \times 12}{15} \\ &= \frac{12}{3} \\ &= 4. \end{aligned}$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

05 (suite) D'autre part,
On a :

$$\frac{EB}{DE} = \frac{AB}{CD}$$

Donc :

$$\begin{aligned} DE &= \frac{EB}{AB} \times CB \\ &= \frac{15 \times 3}{5} \\ &= 3 \times 3 \\ &= 9. \end{aligned}$$

2 D'une part,
On a :

$$\begin{aligned} AE^2 &= 4^2 \\ &= 16. \end{aligned}$$

D'autre part,
On a :

$$\begin{aligned} EB^2 &= 3^2 \\ &= 9. \end{aligned}$$

et comme :

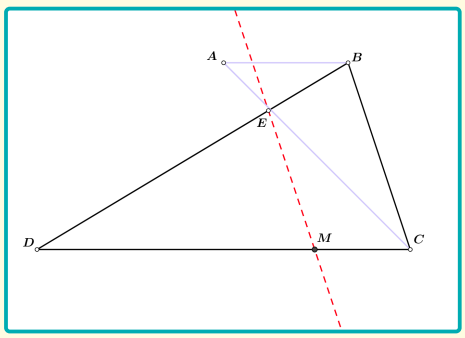
$$\begin{aligned} AB^2 &= 5^2 \\ &= 25. \end{aligned}$$

On conclut :

$$AB^2 = EB^2 + AE^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle AEB est un triangle rectangle en E.

3 Calculons BC :



Puisque AEB est un triangle rectangle en E, Alors : BEC l'est aussi .

et on remarque bien que BC est le coté de plus grande langueur dans le triangle BEC.

05 (suite)
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = BE^2 + EC^2$$

Donc :

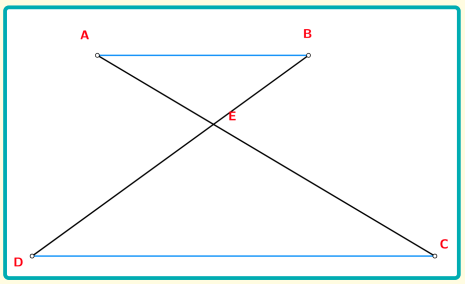
$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{BE^2 + EC^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 12^2} \\ &= \sqrt{9 + 144} \\ &= \sqrt{153} \\ &= 3\sqrt{17}. \end{aligned}$$

4 Les points D, E, B et D, M, C sont alignés dans le même ordre.

et on a :

$$\begin{aligned} \frac{DE}{EB} &= \frac{9}{3} = 3 \\ &= \frac{DM}{MC} \\ &= \frac{DM}{DC - DM} \\ &= \frac{11,25}{15 - 11,25}. \end{aligned}$$

D'après le théorème de Thalès : $(EM)//(BC)$.



06

1 • On a : $\widehat{BCA}$ est un angle inscrit.
• On a : $\widehat{AOB}$ est un angle au centre.
• $\widehat{BCA}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc.
Alors :

$$\begin{aligned} \widehat{BCA} &= \frac{\widehat{AOB}}{2} \\ &= \frac{130}{2} \\ &= 65°. \end{aligned}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

06 (suite)

• Les deux angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BEC}$ interceptent le même arc, et puisque $\widehat{BEC} = 50°$ alors :

$$\begin{aligned}\widehat{BAC} &= \widehat{BEC}\\ &= 50°.\end{aligned}$$

2 ABC est un triangle rectangle.

Donc :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{BAC} = 180°$$

Alors :

$$\begin{aligned}\widehat{ABC} &= 180 - (\widehat{BCA} + \widehat{BAC})\\ &= 180 - (50° + 65°)\\ &= 65°.\end{aligned}$$

On déduit que les deux angles adjacents à la base :$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont égaux.

D'où ABC est un triangle isocèle.

07

1

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{5^2 - 3\sqrt{9}}\\ &= \sqrt{5^2 - 3\times 3}\\ &= \sqrt{25-9}\\ &= \sqrt{16}\\ &= 4.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} + \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + 2^{-3}\right]^{-1}\\ &= \frac{4}{5} + \left[3 + \frac{1}{2^3}\right]^{-1}\\ &= \frac{4}{5} + \left[\frac{25}{8}\right]^{-1}\\ &= \frac{4}{5} + \frac{8}{25}\\ &= \frac{20}{25} + \frac{8}{25}\\ &= \frac{28}{25}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= 7\sqrt{8} - 4\sqrt{18} + \sqrt{50}\\ &= 7\times 2\sqrt{2} - 4\times 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}\\ &= (14 - 12 + 5)\sqrt{2}\\ &= 7\sqrt{2}.\end{aligned}$$

07 (suite)

2

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} - \frac{2\sqrt{2}}{2}\\ &= \sqrt{2}+1-\sqrt{2}\\ &= 1.\end{aligned}$$

08

1 • D'une part :

$$\begin{aligned}(5\sqrt{2})^2 &= 25\times 2\\ &= 50.\end{aligned}$$

• D'autre part :

$$\begin{aligned}(3\sqrt{6})^2 &= 9\times 6\\ &= 54.\end{aligned}$$

et comme

$$54 > 50$$

Donc :

$$(5\sqrt{2})^2 > (3\sqrt{6})^2$$

Ainsi :

$$5\sqrt{2} > 3\sqrt{6}$$

Puisque :

$$5\sqrt{2} > 3\sqrt{6}$$

Donc :

$$5\sqrt{2} - 4 > 3\sqrt{6} - 4$$

2 On a :

$$\begin{aligned}(5\sqrt{2} - 3\sqrt{6})^2 &= (5\sqrt{2})^2 - 2\times 3\sqrt{6}\times 5\sqrt{2} + (3\sqrt{6})^2\\ &= 50 - 30\sqrt{12} + 54\\ &= 104 - 30\sqrt{12}\\ &= 104 - 30\sqrt{3\times 2^2}\\ &= 104 - 60\sqrt{3}.\end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned}\sqrt{104 - 60\sqrt{3}} &= \sqrt{(5\sqrt{2} - 3\sqrt{6})^2}\\ &= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{6}.\end{aligned}$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

08 (suite)

1 • On a :

$$\begin{cases} 10 \leq a \leq 11 \\ -5 \leq b \leq -3 \end{cases}$$

Donc :

$$5 \leq a + b \leq 8$$

• On a :

$$\begin{cases} 20 \leq 2a \leq 22 \\ et \\ 3 \leq -b \leq 5 \end{cases}$$

Donc :

$$23 \leq 2a - b \leq 27$$

• On a :

$$9 \leq a - 1 \leq 10$$

Donc :

$$3 \leq \frac{a-1}{2} \leq 5$$

09

1 • On sait bien que :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

Pour tout réel x.

Donc :

$$\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$$

Alors :

$$\begin{aligned} \sin(x) &= \sqrt{1-\cos^2(x)} \\ &= \sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \sqrt{1-\frac{1}{3}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

• On a :

$$\begin{aligned} \tan(x) &= \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{2}. \end{aligned}$$

09 (suite)

2 Soit x la mesure d'un angle aigu ;

On a :

$$\begin{aligned} &\cos^2(x) + \cos^2(x) \times \tan^2(x) \\ &= \cos^2(x) + \cos^2(x) \times \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} \\ &= \cos^2(x) + \sin^2(x) \\ &= 1. \end{aligned}$$

3 $A = 4\cos^2(32°) + \sin^2(13°) + 4\cos^2(58°) - \cos^2(77°)$

$= 4(\cos^2(32°) + \cos^2(58°)) + \sin^2(13°) - (1 - \sin^2(77°))$

$= -1 + 4(\cos^2(32°) + \cos^2(58°)) + (\sin(13°) + \sin^2(77°))$

et comme 32° et 58° sont les mesures de deux angles complémentaires.

Alors :

$$\cos(32°) = \sin(58°)$$

de même 77° et 13° sont les mesures de deux angles complémentaires.

Alors :

$$\cos(13°) = \sin(77°)$$

On remplace dans A et on obtient :

$A = -1 + 4(\cos^2(32°) + \sin^2(32°)) + \sin^2(13°) + \cos^2(13°)$

$= -1 + 4 - 1$

$= 4.$

10

1 AHB est un triangle rectangle en H.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

10 (suite)

Donc :

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

D'où :

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}$$

A.N :

$$\begin{aligned} AH &= \sqrt{7,5^2 - 4,5^2} \\ &= 6. \end{aligned}$$

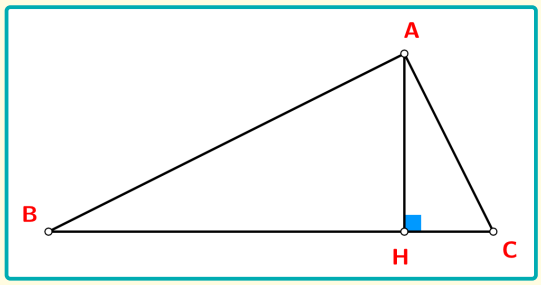
• AHC est un triangle rectangle.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AH^2 + HC^2 = AC^2$$

D'où :

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AH^2 + HC^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\ &= 10. \end{aligned}$$



2 On remarque que BC est le coté de plus grande longueur dans le triangle ABC.

d'une part :

$$\begin{aligned} BC &= BH + HC \\ &= 4,5 + 8 \end{aligned}$$

Donc :

$$BC^2 = 156,25$$

D'autre part,

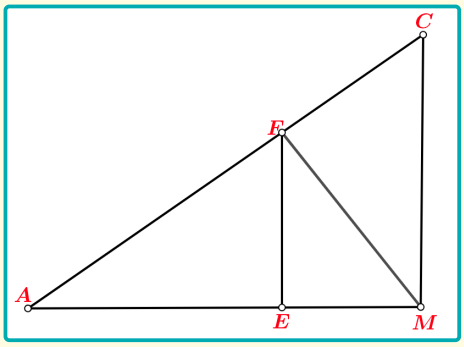
$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 7.5^2 + 10^2 \\ &= 156,25 \end{aligned}$$

Donc :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

11



1 • (AC) et (AM) sécantes en A.

• F et C sont deux points de (AC) distintcs de A.

• M et E sont deux points de (AM) distintcs de A.

Les deux droites (EF) et (MC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AM} = \frac{EF}{CM}$$

et comme

$$\begin{aligned} AC &= AF + FC \\ &= 2,5 + 1,5 \\ &= 4. \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} AE &= \frac{AM \times AF}{AC} \\ &= \frac{5 \times 2,5}{4} \\ &= 3,125. \end{aligned}$$

2 On a : A, M, B et A, F, C sont alignés sur le même ordre.

et on a :

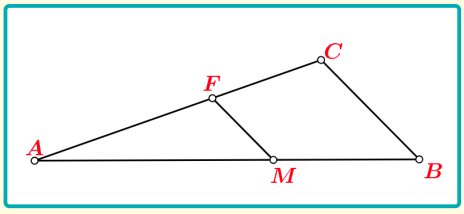
$$\begin{cases} \frac{AF}{AC} = \frac{2,5}{4} \\ et \\ \frac{AM}{AB} = \frac{5}{8} \end{cases}$$

Donc :

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

La réciproque du théorème de Thalès donne :

$$(MF)//(BC).$$



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

11 (suite)

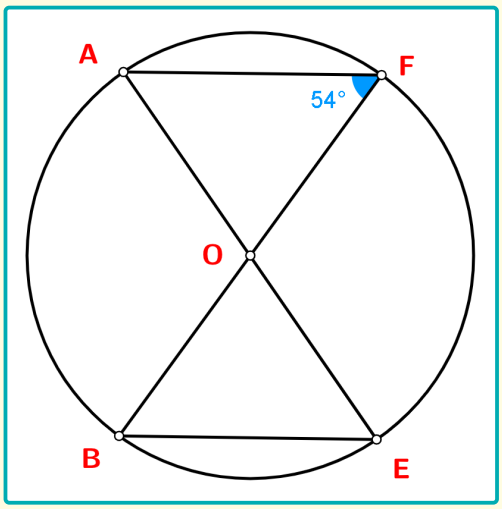
1 On a :

$$\begin{cases} AM^2 = 25. \\ et \\ AE \times AB = 8 \times 3,125 \\ = 25. \end{cases}$$

D'où :

$$AE \times AB = AM^2.$$

12



1 $\widehat{AFB}$ et $\widehat{AEB}$ interceptent le même arc.

Donc :

$$\widehat{AFB} = \widehat{AEB}$$

et comme

$$\widehat{AFB} = 54°$$

Alors :

$$\widehat{AEB} = 54°.$$

2 • $\widehat{AOB}$ est un angle au centre.

• $\widehat{AFB}$est un angle inscrit.

• $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AFB}$ interceptent le même arc.

Alors :

$$\begin{aligned} \widehat{AOB} &= 2 \times \widehat{AFB} \\ &= 2 \times 54° \\ &= 108°. \end{aligned}$$

13

1

$$\begin{aligned} a &= 5^{-2} - \frac{26}{25} \\ &= \frac{1}{25} - \frac{26}{25} \\ &= -\frac{25}{25} \\ &= -1. \end{aligned}$$

13 (suite)

$$\begin{aligned} b &= \left(3^{-1} \times \sqrt{6^2}\right)^3 \\ &= \left(\frac{6}{3}\right)^3 \\ &= 2^3 \\ &= 8. \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} d &= 3\sqrt{27} - 4\sqrt{12} + \sqrt{48} \\ &= 3\sqrt{9 \times 3} - 4\sqrt{4 \times 3} + \sqrt{3 \times 4^2} \\ &= 9\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e &= \left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) \\ &= \left(\sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) \\ &= \sqrt{3}\left(\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) \\ &= \sqrt{3}\left((\sqrt{2})^2 - 1^2\right) \\ &= \sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{\sqrt{5} - 2} \times \sqrt{\sqrt{5} + 2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2^2} \\ &= \sqrt{5 - 4} \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g &= 1 - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20} - \sqrt{5}} \\ &= 1 - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5 \times 2^2} - \sqrt{5}} \\ &= 1 - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}(2 - 1)} \\ &= 1 - 1 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

14

1 • D'une part :

$$\left(\sqrt{1+\frac{1}{8}}\right)^2 = 1+\frac{1}{8}$$
$$= \frac{9}{8}.$$

D'autre part, on a :

$$\left(3\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^2 = \frac{9}{8}.$$

Alors :

$$\sqrt{1+\frac{1}{8}} = 3\sqrt{\frac{1}{8}}$$

• On a :

$$-4\sqrt{2} = -2\sqrt{2\times 2^2}$$
$$= -2\sqrt{8}.$$

Comme

$$8 > 7$$

on a :

$$\sqrt{8} > \sqrt{7}$$

Donc :

$$-2\sqrt{8} < -2\sqrt{7}$$

D'où :

$$-4\sqrt{2} < -2\sqrt{7}$$

• Déduction :

Comme

$$-4\sqrt{2} < -2\sqrt{7}$$

Donc :

$$4\sqrt{2} > 2\sqrt{7}$$

D'où :

$$\frac{1}{2\sqrt{7}} > \frac{1}{4\sqrt{2}}$$

2 • On a :

$$\begin{cases} -5 \leq x \leq -3 \\ \frac{1}{2} \leq y \leq 1 \end{cases}$$

Donc :

$$-5 \leq xy \leq \frac{-3}{2}$$

14 (suite) • On a :

$$\begin{cases} 3 \leq -x \leq 5 \\ \frac{1}{2} \leq y \leq 1 \end{cases}$$

Donc :

$$\frac{7}{2} \leq y - x \leq 6$$

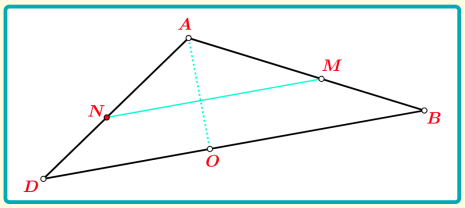
• On a :

$$1 \leq 2y \leq 2$$

Donc :

$$-4 \leq 2y + x \leq -1$$

15



1 • (AB) et (AD) deux droites sécantes en A.

• D et N deux points de (AD) distincts de A.

• B et M deux points de (AB) distincts de A.

Les droites (MN) et (BD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AN}{AD} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BD}$$

Donc :

$$\frac{AN}{AD} = \frac{AM}{AB}$$

Alors :

$$AM = \frac{AN}{AD} \times AB$$
$$= \frac{3}{4} \times 8$$
$$= 6.$$

et on a également :

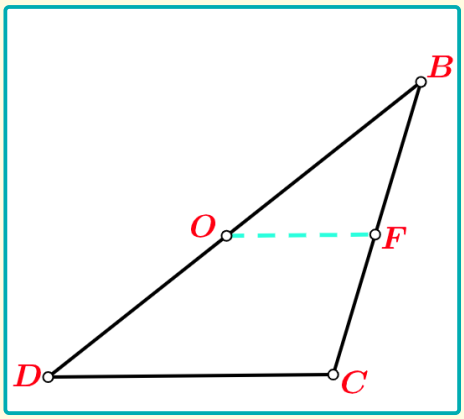
$$\frac{AN}{AD} = \frac{MN}{BD}$$

Donc :

$$MN = \frac{AN}{AD} \times BD$$
$$= 9{,}6 \times \frac{3}{2}$$
$$= 7{,}2.$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

15 (suite)



2 Les points D, O, B et C, F, B sont alignés dans le même ordre.

Puisque : $ABCD$ est un parallèlogramme de centre O c'est à dire que O est le milieu de chacun de ces diamétres.

et on a : $OB = OD$.

Donc :

$$\frac{BO}{BD} = \frac{1}{2}.(1)$$

et comme F est le milieu du segment $[BC]$, on a :

$$BF = \frac{BC}{2}.$$

D'où :

$$\frac{BF}{BC} = \frac{1}{2}.(2)$$

DE **(1)** et **(2)** on peut conclure :

$$\frac{BO}{BD} = \frac{BF}{BC}$$

D'après la réciproque théorème de Thalès on peut dire que :$(OF)//(DC)$.

• On a :

$$\frac{OB}{BD} = \frac{BF}{BC} = \frac{OF}{DC}$$

F est le milieu de BC, donc :

$$\frac{OB}{BD} = \frac{BF}{BC} = \frac{BF}{2BF} = \frac{1}{2}.$$

Ainsi :

$$OF = \frac{DC}{2}$$

et comme $ABCD$ est un parallèlogramme on a :

$$AB = DC = 8$$

D'où

$$OF = \frac{8}{2} = 4.$$

16

1 • On a :

$$\tan(b) = \frac{\sin(b)}{\cos(b)}$$

or

$$2\cos(b) = \sin(b)$$

donc :

$$\tan(b) = 2.$$

• Puisque :

$$2\cos(b) = \sin(b)$$

On a :

$$\begin{aligned}\sin^2(b) &= 4\cos^2(b)\\ &= 4(1-\sin^2(b))\\ &= 4-4\sin^2(b).\end{aligned}$$

D'où :

$$\sin^2(b) = \frac{4}{5}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}\sin(b) &= \sqrt{\frac{4}{5}}\\ &= \frac{2}{\sqrt{5}}\\ &= \frac{2\sqrt{5}}{5}.\end{aligned}$$

• Puisque :

$$2\cos(b) = \sin(b)$$

On a :

$$\begin{aligned}\cos^2(b) &= \frac{\sin^2(b)}{4}\\ &= \frac{(1-\cos^2(b))}{4}\\ &= \frac{1}{4}-\frac{\cos^2(b)}{4}.\end{aligned}$$

Alors :

$$\frac{5}{4}\cos^2(b) = \frac{1}{4}$$

Donc :

$$\cos^2(b) = \frac{1}{5}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

16 (suite) D'où :

$$\begin{aligned}\cos(b) &= \sqrt{\frac{1}{5}}\\ &= \frac{1}{\sqrt{5}}\\ &= \frac{\sqrt{5}}{5}.\end{aligned}$$

2

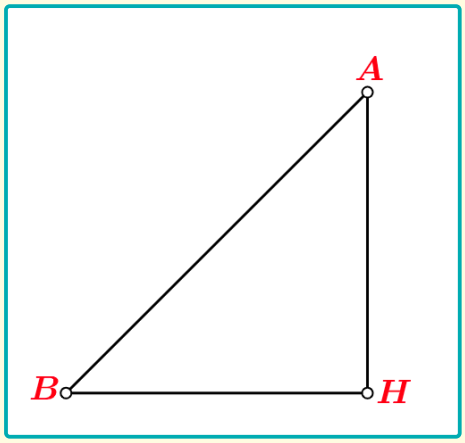
$$\begin{aligned}M &= 1+\frac{3}{\sqrt{3}}\sin(35°)-\sqrt{3}\cos(55°)\\ &= 1+\frac{3}{\sqrt{3}}\cos(55°)-\sqrt{3}\cos(55°)\end{aligned}$$

Puisque 55° et 35° sont deux mesures des angles complémentaires.

$$\begin{aligned}M &= 1+\sqrt{3}\cos(55°)-\sqrt{3}\cos(55°)\\ &= 1.\end{aligned}$$

a.

• H est le projeté orthogonal de A, donc AHB est un triangle rectangle en H.



D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}AB^2 &= AH^2+BH^2\\ &= 4^2+2^2\\ &= 20.\end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{20}\\ &= \sqrt{4\times 5}\\ &= 2\sqrt{5}.\end{aligned}$$

16 (suite)

•

$$\begin{aligned}\tan(x) &= \frac{AH}{HC}\\ &= \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}HC &= 2AH\\ &= 8.\end{aligned}$$

• Puisque AHC est un triangle rectangle en H.
on a :

$$AH^2+HC^2=AC^2$$

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{AH^2+HC^2}\\ &= \sqrt{4^2+8^2}\\ &= 4\sqrt{5}.\end{aligned}$$

b On remarque que : BC est le coté de plus grande longueur dans le triangle ABC.
et d'une part, on a :

$$\begin{aligned}BC^2 &= (BH+HC)^2\\ &= (2+8)^2\\ &= 100.\end{aligned}$$

D'autre part, on a :

$$\begin{aligned}AB^2+AC^2 &= (2\sqrt{5})^2+(4\sqrt{5})^2\\ &= 20+16\times 5\\ &= 100.\end{aligned}$$

D'où :

$$BC^2=AB^2+AC^2.$$

D'après la réciproque du théorème de pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

17

1 • $\widehat{EMN}$ est un angle inscrit.

• $\widehat{EON}$ est un angle au centre.

• $\widehat{EMN}$ et $\widehat{EON}$ interceptent le même arc.

Alors :

$$\begin{aligned}\widehat{EMN} &= \frac{\widehat{EON}}{2}\\ &= \frac{110°}{2}\\ &= 55°.\end{aligned}$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

17 (suite)

2 On a : $\widehat{EFN}$ et $\widehat{EMN}$ deux angles inscrits interceptent le même arc.

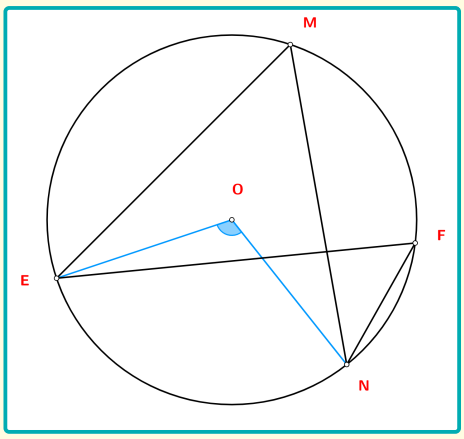
Donc :

$$\begin{aligned}\widehat{EMN} &= \widehat{EFN}\\ &= 55°.\end{aligned}$$

On a : $\widehat{MEF}$ et $\widehat{MNF}$ deux angles inscrits interceptent le même arc.

Donc :

$$\widehat{MEF} = \widehat{MNF}$$



18

1

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{7^2-24}\\ &= \sqrt{49-24}\\ &= \sqrt{25}\\ &= 5.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3}\\ &= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2} - \frac{1}{3}\\ &= \frac{4}{3} - \frac{1}{3}\\ &= \frac{3}{3}\\ &= 1.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= \sqrt{\frac{14}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{7}}\\ &= \sqrt{\frac{84}{21}}\\ &= \sqrt{4}\\ &= 2.\end{aligned}$$

18 (suite)

2

$$\begin{aligned}D &= \sqrt{75} - 5\sqrt{12} + \sqrt{3}\\ &= \sqrt{3\times 25} - 5\sqrt{3\times 4} + \sqrt{3}\\ &= \sqrt{3}(5 - 2\times 5 + 1)\\ &= -4\sqrt{3}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E &= \frac{6}{3-\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}}\\ &= \frac{6\times(3+\sqrt{3})}{3^2-(\sqrt{3})^2} - \frac{3\sqrt{3}}{3}\\ &= \frac{6\times(3+\sqrt{3})}{6} - \sqrt{3}\\ &= 3+\sqrt{3}-\sqrt{3}\\ &= 3.\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}a &= 17\times 10^{-4}\times 4\times 50000\times 10^{-6}\\ &= 1,7\times 10\times 10^{-4}\times 4\times 5\times 10^{4}\times 10^{-6}\\ &= 20\times 1,7\times 10^{-5}\\ &= 2\times 10\times 1,7\times 10^{-5}\\ &= 3,4\times 10^{-4}.\end{aligned}$$

19

1 On a :

$$\begin{cases}(3\sqrt{7})^2 = 9\times 7 = 63.\\ (4\sqrt{5})^2 = 16\times 5 = 80\end{cases}$$

Or

$$80 > 63$$

Donc :

$$(4\sqrt{5})^2 > (3\sqrt{7})^2$$

Ainsi :

$$4\sqrt{5} > 3\sqrt{7}$$

Déduction :

• On a :

$$4\sqrt{5} > 3\sqrt{7}$$

Donc :

$$-4\sqrt{5} < -3\sqrt{7}$$

et comme :

$$3 < 5$$

On a :

$$3-4\sqrt{5} < 5-3\sqrt{7}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

19 (suite)

2 • Comme :

$$-51 \leq b+3 \leq 50$$

Alors :

$$-48 \leq b \leq 53$$

• On a :

$$\begin{aligned} 85 &\leq a \leq 86 \\ 48 &\leq b \leq 53 \end{aligned}$$

Donc :

$$133 \leq a+b \leq 139$$

• On a :

$$\begin{aligned} 85 &\leq a \leq 86 \\ 48 &\leq b \leq 53 \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} 85 &\leq a \leq 86 \\ -106 &\leq -2b \leq -96 \end{aligned}$$

D'où :

$$-21 \leq a-2b \leq -10$$

20

1 • On sait que :

$$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$$

Pour tout réel x.

Donc :

$$\cos^2(x)=1-\sin^2(x)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \cos(x) &= \sqrt{1-\sin^2(x)} \\ &= \sqrt{1-\frac{1}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{8}{9}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

20 (suite) • On sait que :

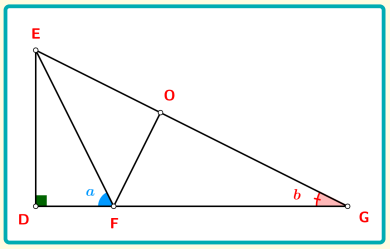
$$\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

Pour tout réel x. Donc :

$$\begin{aligned} \tan(x) &= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

2 $M = \sin(25°)+\cos^2(42°)-\cos(65°)+\cos^2(-48)-\frac{1}{2}$
$= \sin(25°)+\cos^2(42°)-\sin(25°)+\cos^2(48)-\frac{1}{2}$
$= \cos^2(42°)+\sin^2(42°)-\frac{1}{2}$
$= 1-\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}$.

3



a. On a :

$$\tan(a)=\frac{DE}{DF}$$

Donc :

$$\begin{aligned} DF &= \frac{DE}{\tan(a)} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2. \end{aligned}$$

Puisque DEF est un triangle rectangle en D.

D'après le théorème de Pythagore :

$$DE^2+DF^2=EF^2$$

Donc :

$$\begin{aligned} EF^2 &= 4^2+2^2 \\ &= 16+4 \\ &= 20. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} EF &= \sqrt{20} \\ &= 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

20 (suite)

b. Puisque

$$a+b=90$$

Alors : a et b sont deux angles complémentaire.

D'où

$$\sin(b)=\cos(a)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}\tan(b) &= \frac{1}{\tan(a)}\\ &= \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

• On a :

$$\tan(b)=\frac{DE}{DG}$$

Alors :

$$\begin{aligned}DG &= \frac{DE}{\tan(b)}\\ &= \frac{4}{\frac{1}{2}}\\ &= 8.\end{aligned}$$

• Le triangle EDG est rectangle en D.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$EG^2=DE^2+DG^2$$

Donc :

$$\begin{aligned}EG^2 &= 4^2+8^2\\ &= 64+16\\ &= 80.\end{aligned}$$

c. D'une part :

$$\begin{aligned}OG^2+OF^2 &= (3\sqrt{3})^2+3^2\\ &= 9\times 3+9\\ &= 36.\end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned}FG &= DG-DF\\ &= 8-2\\ &= 6.\end{aligned}$$

Donc :

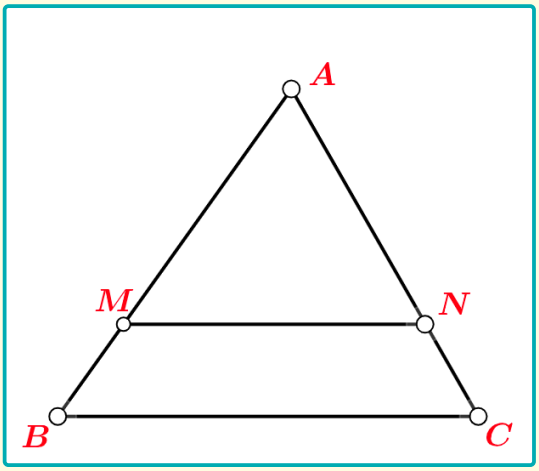
$$FG^2=36.$$

Ainsi :

$$FG^2=OG^2+OF^2$$

Donc d'après le théorème de Pythagore OFG est un triangle rectangle en O.

21



1 • (AB) et (AC) deux droites sécantes en A.

• $N, C \in (AC)$ distincts de A.

• $M, B \in (AB)$ distincts de A.

$(MN)//(BC)$

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

D'où :

$$\begin{cases}\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}\\ et\\ \frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}\end{cases}$$

Donc :

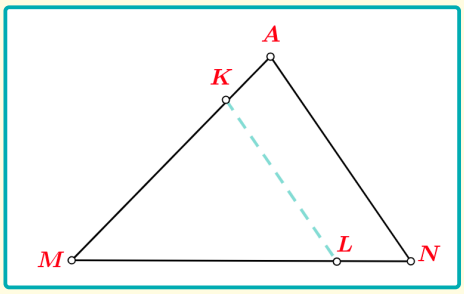
$$\begin{aligned}MN &= \frac{AM}{AB}\times BC\\ &= \frac{6}{9}\times 12\\ &= 8.\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}AC &= \frac{AN}{AM}\times AB\\ &= \frac{5\times 9}{6}\\ &= \frac{15}{2}\\ &= 7,5.\end{aligned}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

21 (suite)



2 • (AM) et (NM) deux droites sécantes en M.

• $K, A \in (AM)$ distincts de M.

• $L, N \in (MN)$ distincts de M.

On a :

$$\begin{cases} \bullet\ \frac{ML}{MN} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}. \\ \bullet\ \frac{MK}{AM} = \frac{4,5}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

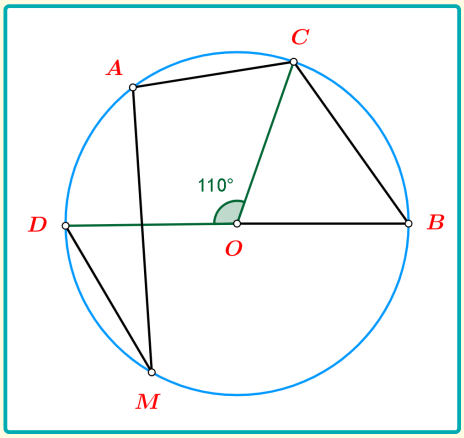
Donc :

$$\frac{ML}{MN} = \frac{MK}{AM}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès :

$$(AM)//(KL)$$

22



1 On remarque que :

$$\widehat{DOC} + \widehat{COB} = 180°$$

Donc :

$$\begin{aligned} \widehat{COB} &= 180° - 110° \\ &= 70°. \end{aligned}$$

On a :

• $\widehat{CBD}$ est un angle inscrit.

• $\widehat{COD}$ est un angle au centre.

• $\widehat{CBD}$ et $\widehat{COD}$ intercepent le meme arc.

22 (suite) Alors :

$$\begin{aligned} \widehat{CBD} &= \frac{\widehat{COD}}{2} \\ &= \frac{110°}{2} \\ &= 55°. \end{aligned}$$

et comme :

$$\widehat{CBD} + \widehat{OCB} + \widehat{COB} = 180°$$

Donc :

$$\begin{aligned} \widehat{COB} &= 180° - (\widehat{CBD} + \widehat{COB}) \\ &= 180° - (70° + 55°) \\ &= 55°. \end{aligned}$$

On a :

• $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit.
• $\widehat{BOC}$ est un angle au centre.
• $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BOC}$ intercepent le meme arc.
et puisque :

$$\widehat{BOC} = 70°$$

Alors :

$$\begin{aligned} \widehat{BAC} &= \frac{\widehat{BOC}}{2} \\ &= \frac{70°}{2} \\ &= 35°. \end{aligned}$$

2 • On a ABD et AMD deux angles inscrits interceptent le même arc, donc :

$$\widehat{ABD} = \widehat{AMD}$$

23

1

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2 - 3^{-2} \\ &= \frac{(\sqrt{10})^2}{3^2} - \frac{1}{3^2} \\ &= \frac{10-1}{9} \\ &= \frac{9}{9} \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 6\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5 \times 3^2} + 2\sqrt{2^2 \times 5} - 6\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5}. \end{aligned}$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

23 (suite)

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{2\sqrt{7}-\sqrt{3}} \times \sqrt{2\sqrt{7}+\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7}-\sqrt{3}) \times (2\sqrt{7}+\sqrt{3})} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{4\times 7-3} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5. \end{aligned}$$

2 $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$
$= (2\sqrt{3})^2 + 2\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$
$= 4\times 3 + 2\times 2\times\sqrt{15} + 5$
$= 17 + 4\sqrt{15}.$

Déduction :

Comme

$$(2\sqrt{3}+\sqrt{5})^2 = 17+4\sqrt{15}$$

On a :

$$\sqrt{17+4\sqrt{15}}-\sqrt{5}$$
$$= \sqrt{(2\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}-\sqrt{5}$$
$$= 2\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{5}$$
$$= 2\sqrt{3}.$$

3

$$E = \frac{7}{2\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{3}{\sqrt{17}-\sqrt{14}} \\ &= \frac{3(\sqrt{17}+\sqrt{14})}{3} \\ &= \sqrt{17}+\sqrt{14}. \end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned} M &= 0,00342\times(10^5)^{-3} \\ &= 3,42\times 10^{-3}\times 10^{-3\times 5} \\ &= 3,42\times 10^{-3-15} \\ &= 3,42\times 10^{-18}. \end{aligned}$$

24

1 D'une part,

On a :

$$\begin{aligned} (3\sqrt{7})^2 &= 3^2\times(\sqrt{7})^2 \\ &= 9\times 7 \\ &= 63. \end{aligned}$$

24 (suite) D'autre part,

On a :

$$\begin{aligned} (5\sqrt{2})^2 &= 5^2\times(\sqrt{2})^2 \\ &= 25\times 2 \\ &= 50. \end{aligned}$$

Or

$$63 > 50$$

Alors :

$$(3\sqrt{7})^2 > (5\sqrt{2})^2$$

Donc :

$$3\sqrt{7} > 5\sqrt{2}$$

Déduction :

Comme

$$3\sqrt{7} > 5\sqrt{2}$$

On a :

$$-5\sqrt{2} > -3\sqrt{7}$$

Donc :

$$4-5\sqrt{2} > 4-3\sqrt{7}$$

Ainsi :

$$\frac{1}{4-3\sqrt{7}} > \frac{1}{4-5\sqrt{2}}$$

2 • On a :

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 7 \\ et \\ -10 \leq y \leq -7 \end{cases}$$

Donc :

$$-5 \leq x+y \leq 0$$

• On a :

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 7 \\ et \\ -10 \leq y \leq -7 \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 7 \\ et \\ 7 \leq -y \leq 10 \end{cases}$$

Donc :

$$12 \leq x-y \leq 17$$

• On a :

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 7 \\ et \\ -10 \leq y \leq -7 \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 7 \\ et \\ 17 \leq y+12 \leq 19 \end{cases}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

24 (suite)

Alors :

$$5 \times 17 \leq x(x+12) \leq 7 \times 19$$

C'est à dire :

$$85 \leq x(x+12) \leq 133$$

3 z est un nombre réel tel que :

$$-1 \leq \frac{3-2z}{3} \leq 3$$

Donc :

$$-3 \leq 3-2z \leq 9$$

Alors :

$$-6 \leq -2z \leq 6$$

Ainsi :

$$-3 \leq z \leq 3$$

25

1 • On a :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

Pour tout réel x.

Donc :

$$\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$$

Alors :

$$\sin(x) = \sqrt{1-\cos^2(x)}$$

A.n

$$\begin{aligned} \sin(x) &= \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{9}{25}} \\ &= \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

• On a :

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

Pour tout réel x.

A.N

$$\begin{aligned} \tan(x) &= \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

25 (suite)

2 On a :

$$K = 11\sin^2(51°) - 7\cos(40°) + 10\tan(32°) \times \tan(58°) + 11\sin^2(39°) + 7\sin(50°)$$

$$= 11\sin(51°)+11\cos^2(51°)-7\cos(40°)+7\cos(40°) + 10 \times \tan(32°) \times \tan(58°)$$

et comme :

$$\tan(32°) = \frac{1}{\tan(58°)}$$

Donc :

$$\begin{aligned} K &= 11(\sin^2(51°) + \cos^2(51°)) + 10 \\ &= 11 + 10 \\ &= 21. \end{aligned}$$

3 $L = \sin^4(\alpha) - \cos^4(\alpha) + 2\cos^2(\alpha)$

$$= (\sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha)) \times (\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)) + 2\cos(\alpha)$$

et puisque :

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

On a :

$$\begin{aligned} L &= \sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha) + 2\cos^2(\alpha) \\ &= \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) \\ &= 1. \end{aligned}$$

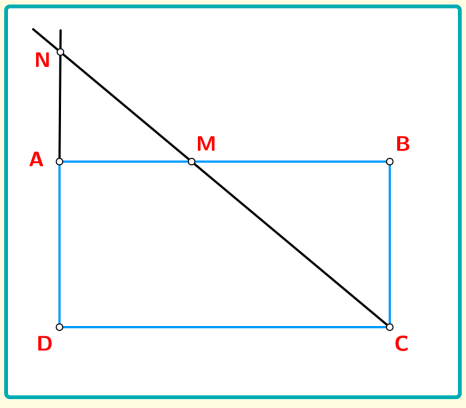
26

1 $ABCD$ est un triangle rectangle et M est un point de $[AB]$.

Donc : MBC est un triangle rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore :

$$BM^2 + BC^2 = MC^2$$



Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

26 (suite) Donc :

$$\begin{aligned} MC &= \sqrt{BM^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (2\sqrt{5})^2} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6. \end{aligned}$$

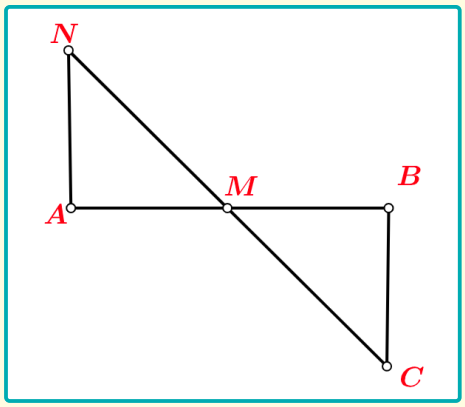
2

- $\tan(\widehat{BMC}) = \dfrac{BC}{MB} = \dfrac{2\sqrt{5}}{4} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.
- $\sin(\widehat{BMC}) = \dfrac{MB}{MC} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.
- $\cos(\widehat{BMC}) = \dfrac{BC}{MC} = \dfrac{2\sqrt{5}}{6} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

3

- $M \in (AB)$ distinct de A et B.
- $M \in (NC)$ distinct de N et C.
- Les deux droites (AB) et (NC) s'intersectent en M.

La droite (MC) coupe (AD) en N.



Donc :

$$(DN)//(BC)$$

Puisque $ABCD$ est un rectangle.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{BM} = \frac{MN}{MC}$$

Donc :

$$\frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MC}$$

Or

$$\begin{cases} \cos(\widehat{AMN}) = \dfrac{AM}{MN} \\ \cos(\widehat{BMC}) = \dfrac{MB}{MC} \end{cases}$$

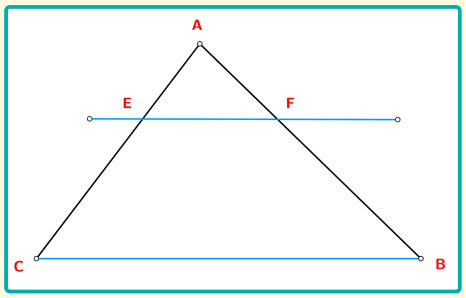
26 (suite) Ainsi :

$$\cos(\widehat{AMN}) = \cos(\widehat{BMC})$$

27

1

- (AC) et (AB) deux droites sécantes en A.
- E et C deux points de (AC) distincts de A.
- F et B deux points de (AB) distincts de A.
- $(BC)//(EF)$.



Alors :

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC}$$

ou encore :

$$\begin{cases} \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AF}{AB} \\ \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{EF}{BC} \end{cases}$$

Donc :

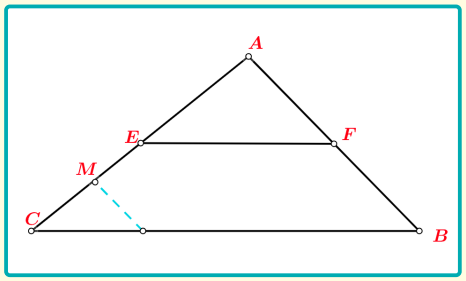
$$\begin{cases} AF = \dfrac{AE}{AC} \times AB. \\ EF = \dfrac{AE}{AC} \times BC. \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} AF = \dfrac{4\times 8}{10} = 3,2. \\ EF = \dfrac{4\times 7}{10} = 2,8. \end{cases}$$

2 Les points A, M, C et B, N, C sont alignés sur le même ordre.

$$\begin{cases} \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{8}{10} = 0,8. \\ \dfrac{BN}{BC} = \dfrac{5,6}{7} = 0,8. \end{cases}$$



Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

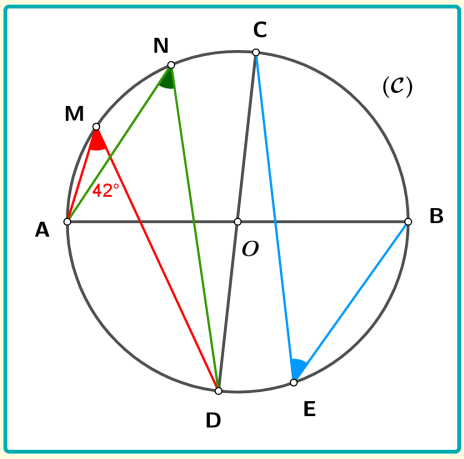
27 (suite) Donc :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BC}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès

$$(MN)//(AB)$$

28



➠ • $\widehat{AMD}$ est un angle inscrit.
• $\widehat{AOD}$ est un angle au centre.
• $\widehat{AMD}$ et $\widehat{AOD}$ interceptent le même arc.
Alors :

$$\begin{aligned}\widehat{AOB} &= 2\times\widehat{AMD}\\ &= 2\times 42^\circ\\ &= 84^\circ.\end{aligned}$$

➠ • On a $\widehat{AND}$ et $\widehat{AMD}$ deux angles inscrits interceptent le même arc.
Donc :

$$\widehat{AND} = \widehat{AMD} = 42^\circ.$$

➠ • $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COB}$ deux angles opposés.
Donc :

$$\widehat{AOD} = \widehat{COB} = 84^\circ.$$

et puisqu'on a :
• $\widehat{COB}$ est un angle au centre.
• $\widehat{CEB}$ est un angle inscrit.
• $\widehat{COB}$ et $\widehat{CEB}$ interceptent le même arc.
Donc :

$$\begin{aligned}\widehat{CEB} &= \frac{\widehat{COB}}{2}\\ &= \frac{84^\circ}{2}\\ &= 42^\circ.\end{aligned}$$

29

1 On a :

➤

$$\begin{aligned}A &= \left(\sqrt{2}\right)^2 + \sqrt{9}\\ &= 2+3\\ &= 5.\end{aligned}$$

➤

$$\begin{aligned}B &= \left(3^{-1}+\frac{2}{3}\right)^{2022}\\ &= \left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)^{2022}\\ &= 1^{2022}\\ &= 1.\end{aligned}$$

➤

$$\begin{aligned}C &= \sqrt{\frac{3}{2}}\times\sqrt{\frac{8}{3}}\\ &= \sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{8}{3}}\\ &= \sqrt{\frac{8}{2}}\\ &= \sqrt{4}\\ &= 2.\end{aligned}$$

➤

$$\begin{aligned}D &= \sqrt{8}+\sqrt{18}\\ &= \sqrt{4\times 2}+\sqrt{9\times 2}\\ &= 2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\\ &= 5\sqrt{2}.\end{aligned}$$

2 On a :

$$\begin{aligned}&\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{10}\\ &= \left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{10}\\ &= 5-2\sqrt{10}+2+2\sqrt{10}\\ &= 7.\end{aligned}$$

3 On a :

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{3}-1} &= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}\\ &= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2}\\ &= \sqrt{3}+1.\end{aligned}$$

4 On a :

$$0,000892 = 8,92\times 10^{-4}.$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

30

1 a. On a :

$$\begin{aligned}\left(3\sqrt{2}\right)^2 &= 9\times 2\\ &= 18.\end{aligned}$$

$$\left(\sqrt{19}\right)^2 = 19.$$

et comme

$$19 > 18$$

et on :

$$\left(\sqrt{19}\right)^2 > \left(3\sqrt{2}\right)^2$$

Or $\sqrt{19}$ et $3\sqrt{2}$ deux nombres positifs,

b. On a :

$$\sqrt{19} > 3\sqrt{2}$$

Donc :

$$-\sqrt{19} < -3\sqrt{2}$$

Alors :

$$5-\sqrt{19} < 5-3\sqrt{2}$$

Or

$$\begin{cases} 5 > \sqrt{19} \text{ car } 5^2 > \left(\sqrt{19}\right)^2 \\ \text{et } 5, \sqrt{19} \text{ deux nombres positifs.} \end{cases}$$

$$5 > 3\sqrt{2} \text{ car : } 5 > \sqrt{19} > 3\sqrt{2}$$

c. On a

$$\begin{aligned}&\sqrt{\left(3\sqrt{2}-\sqrt{19}\right)^2}-\sqrt{19}\\ &= 3\sqrt{2}-2\sqrt{19}.\end{aligned}$$

2 ➤ On a :

$$\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ -5 \leq b \leq -3 \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} 4 \leq 2a \leq 6 \\ 3 \leq -b \leq 5 \end{cases}$$

Ainsi :

$$7 \leq 2a-b \leq 11$$

30 (suite)

2 ➤ On a :

$$\begin{aligned} 2 &\leq a \leq 3\\ -5 &\leq b \leq -3\end{aligned}$$

Donc :

$$-15 \leq ab \leq -6$$

➤ On a :

$$\begin{aligned} 2 &\leq a \leq 3\\ -5 &\leq b \leq -3\end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} 4 &\leq a^2 \leq 9\\ 9 &\leq b^2 \leq 25\end{aligned}$$

D'où :

$$13 \leq a^2+b^2 \leq 34$$

3 On a :

$$x > 3$$

Donc :

$$x+1 > 4$$

Donc :

$$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{4}$$

Ainsi :

$$\frac{4}{x+1} < 1$$

31

1 • $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit.

• $\widehat{BMC}$ est un angle inscrit.

• $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BMC}$ interceptent le même arc $\widehat{BC}$.

Alors :

$$\widehat{BMC} = \widehat{BAC} = 65°.$$

2 • $\widehat{BOC}$ est un angle au centre.

• $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit.

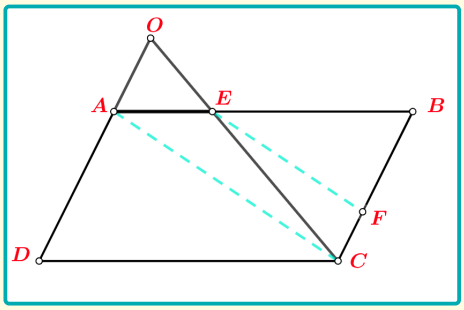
• $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BOC}$ interceptent le même arc $\widehat{BC}$.

Donc :

$$\begin{aligned}\widehat{BOC} &= 2BAC\\ &= 2\times 65°\\ &= 130°.\end{aligned}$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

32



1 $ABCD$ est un parallèlogramme.

Donc :

$$(AB)//(DC)$$

or

$$\begin{cases} O \in (AD) \\ et \\ P \in (EC) \end{cases}$$

D'après le théorème de Thalès direct :

$$\frac{AO}{AD} = \frac{AE}{CD} = \frac{OE}{EC}$$

D'où :

$$\begin{aligned} AE &= \frac{AO}{AD} \times CD \\ &= \frac{4 \times 1}{3} \\ &= \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

2 Les points A, E et B dans le même ordre que C, F et D.

D'une part ;

On a :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AE}{DC} = \frac{4}{4 \times 3} = \frac{1}{3}.$$

puisque $ABCD$ est un parallèlogramme, on a : $AB = DC = 4$.

D'autre part ;

On a :

$$\frac{CF}{CB} = \frac{CF}{AD} = \frac{1}{3}$$

puisque $ABCD$ est un parallèlogramme, on a : $CB = AD = 3$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès : $(AC)//(EF)$.

33

1 ➤ On sait bien que :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

Pour tout réel x .

Donc :

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

D'où :

$$\begin{aligned} \sin x &= \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{25-9}{25}} \\ &= \sqrt{\frac{16}{25}} \\ &= \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

➤ On a :

$$\begin{aligned} \tan x &= \frac{\sin x}{\cos x} \\ &= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} \\ &= \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} E &= \sin^2 37° + 2\sin^2 45° + \sin^2 53° \\ &= \sin^2 37° + \cos^2 37° + 2\sin^2 45° \\ &= 1 + 2 \times \sin^2 45° \end{aligned}$$

Puisque :

$$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

On a :

$$\begin{aligned} E &= 1 + 2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ &= 1 + 1 \\ &= 2. \end{aligned}$$

3

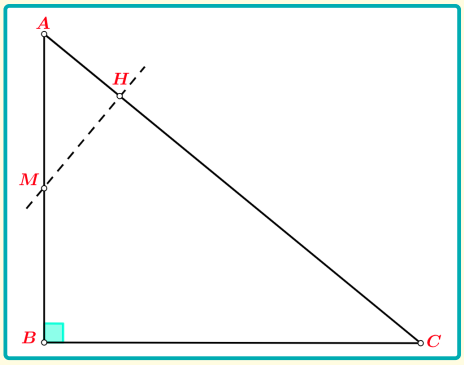
$$\begin{aligned} \tan x + \frac{1}{\tan x} &= \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x}} \\ &= \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \\ &= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \times \sin x} \end{aligned}$$

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

33 (suite)

$$= \frac{1}{\cos x \times \sin x}.$$

34



1 On a : $AC^2 = 3^2 = 9$.

et on a : $BC^2 + AB^2 = 2^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 4 + 5 = 9$.

Donc : $AC^2 = BC^2 + AB^2$.

D'après le théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en B.

2

$$\cos\widehat{ACB} = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}.$$

$$\tan\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sin\widehat{ACB}}{\cos\widehat{ACB}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

34 (suite)

3 a. On a :

$$\sin\widehat{HAM} = \frac{MH}{AM} = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Or

$$AM = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

D'où :

$$MH = \frac{\sqrt{5}}{3} \times AM = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

b. H est la projection orthogonale du point M sur (AC).

Donc : MHA est un triangle rectangle en H.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore :

$$AH^2 + MH^2 = AM^2$$

Donc :

$$AH^2 = AM^2 - MH^2$$

D'où :

$$AH = \sqrt{AM^2 - MH^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}.$$

Elouadghiri Othman 06 13 80 38 56

35 Sachant que :

$$a^2 - b^2 = 1$$

Montrons que :

$$\sqrt{\frac{a+b}{2}} + \sqrt{\frac{a-b}{2}} = \sqrt{a+1}$$

ça revient à montrer que :

$$\left(\sqrt{\frac{a+b}{2}} + \sqrt{\frac{a-b}{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{a+1}\right)^2$$

On a :

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{\frac{a+b}{2}} + \sqrt{\frac{a-b}{2}}\right)^2 &= \frac{a+b}{2} + 2\times\sqrt{\frac{a^2-b^2}{2^2}} + \frac{a-b}{2}\\ &= a + 2\times\sqrt{\frac{1}{2^2}}\\ &= a+1\\ &= \left(\sqrt{a+1}\right)^2.\end{aligned}$$

Ce qui répend à la question.

Minicentre prive Khemisset - othman.elouadghiri@uit.ac.ma

othman.elouadghiri@uit.ac.ma

Minicentre prive 06 13 80 38 56

OTHMAN ELOUADGHIRI

MINI CENTRE PRIVÉ N 167, Khemisset 15020 05 37 42 04 67

2022